

MARCO CODEGONE

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA

ZANICHELLI

Indice

Introduzione	VII
1 Esponenziale complesso e serie complesse	1
1.1 Esponenziale complesso	1
1.2 Alcune proprietà del modulo e dell'argomento	4
1.3 Seni e coseni complessi	6
1.4 Seni e coseni iperbolici complessi	7
1.5 Logaritmo di un numero complesso	9
1.6 Esponenziali con base complessa	10
1.7 Topologia del piano complesso	10
1.7.1 Il punto all'infinito	11
1.8 Successioni a valori complessi	12
1.9 Serie nel campo complesso	14
2 Serie di Fourier	18
2.1 Funzioni reali di variabile reale	18
2.2 Funzioni complesse di variabile reale	19
2.3 Funzioni periodiche	21
2.4 Armoniche elementari	22
2.4.1 Energia di un segnale periodico	25
2.5 Polinomi di Fourier	26
2.5.1 Energia di un polinomio di Fourier	30
2.6 Polinomi di Fourier di segnali periodici	31
2.7 Convergenza nel senso della energia	32
2.7.1 Coefficienti della serie di Fourier	34
2.8 Esempi di serie di Fourier	36
2.9 Traslazioni e riscaldamento	40
2.10 Convergenza puntuale	43
2.11 Convergenza uniforme	46
3 Funzioni analitiche	48
3.1 Funzioni complesse di variabile complessa	48
3.2 Limite del rapporto incrementale	49

3.3	Analiticità	52
3.4	Condizione di Cauchy-Riemann	53
3.4.1	Armonicità	54
3.5	Integrali di linea in campo complesso	57
3.6	Teorema e formule di Cauchy	61
3.6.1	Esistenza delle derivate di tutti gli ordini	63
3.7	Serie di potenze	64
3.7.1	Raggio di convergenza	64
3.7.2	Operazioni sulle serie di potenze	67
3.8	Sviluppi in serie di Taylor	68
3.9	Condizioni di analiticità	72
3.10	Sviluppi in serie di Laurent	72
3.11	Singularità	76
3.11.1	Singularità isolate al finito	76
3.11.2	Esempi	81
3.11.3	Singularità isolate all'infinito	88
3.11.4	Singularità non uniformi	90
3.11.5	Singularità non isolate	92
3.12	Risultati globali	93
4	Residui e applicazioni	99
4.1	Residui	99
4.1.1	Residui al finito	99
4.1.2	Residui all'infinito	101
4.2	Teorema dei residui	102
4.2.1	Valor principale	103
4.3	Calcolo pratico dei residui nei poli	105
4.3.1	Calcolo pratico dei residui nei poli del primo ordine	105
4.3.2	Calcolo pratico dei residui nei poli multipli	109
4.4	Calcolo di integrali di linea con il metodo dei residui	112
4.5	Integrali impropri di funzioni razionali con il metodo dei residui	113
4.6	Lemma di Jordan	115
4.7	Scomposizione in fratti semplici	120
4.7.1	Poli semplici	121
4.7.2	Poli multipli	124
4.7.3	Poli semplici complessi coniugati	127
5	Distribuzioni	131
5.1	Il gradino e la porta	131
5.2	Funzionali lineari	133
5.3	Limiti nel senso delle distribuzioni	134
5.4	Derivate nel senso delle distribuzioni	141
5.4.1	Regole pratiche di derivazione	142
5.4.2	Proprietà della delta di Dirac	145
5.4.3	Regole di derivazione	147
5.5	Convoluzione di funzioni	150
5.6	Convoluzione di distribuzioni	153
5.6.1	Proprietà della convoluzione	154

5.7	Distribuzioni limitate	156
5.8	Distribuzioni temperate	157
6	Trasformata di Fourier	160
6.1	Calcolo di trasformate con la definizione	161
6.2	Antitrasformata di Fourier	166
6.3	Proprietà della trasformata di Fourier	168
6.4	Trasformata di Fourier del gradino	176
6.5	Equazioni con distribuzioni	179
6.6	Altri esempi importanti di trasformate di Fourier	184
6.7	Trasformata del treno di impulsi	187
6.8	Trasformata di Fourier di segnali periodici	190
6.8.1	Legami tra serie e trasformate di funzioni periodiche	191
6.8.2	Esempi di trasformate di segnali periodici	192
6.8.3	Il fenomeno di Gibbs	200
7	Trasformata di Laplace	204
7.1	Definizione e dominio di $\mathcal{L}$	204
7.2	Proprietà di $\mathcal{L}$	208
7.3	Esempi importanti di trasformata di Laplace	213
7.4	Legami tra le trasformate di Fourier e di Laplace	224
7.5	Antitrasformata di Laplace	228
7.6	Valore iniziale e valore finale	235
7.7	Trasformata di segnali periodici per $t \geq 0$	242
7.8	Trasformata di Laplace unilatera	244
7.8.1	Proprietà di derivata in t per $\mathcal{L}_u$	245
7.8.2	Proprietà della convoluzione per $\mathcal{L}_u$	246
7.9	Uso della trasformata nei modelli differenziali	247
7.9.1	RLC in serie	254
7.9.2	RLC in parallelo	260
7.10	Transitorio e regime	265
7.10.1	RC pamahasso	267
A	Numeri complessi	271
A.1	Definizione di numero complesso	271
A.2	Operazioni tra numeri complessi	271
A.3	Forma trigonometrica di un numero complesso	273
A.4	Interpretazione geometrica del prodotto	275
A.5	Modulo, argomento, complesso coniugato	276
A.6	La formula di De Moivre	277
A.7	Radici n-esime di un numero complesso	277
B	Trasformata Zeta	280
B.1	Funzioni sugli interi	280
B.2	Trasformata Zeta bilatera	282
B.3	Proprietà della trasformata Zeta	283

C Tabelle	288
C.1 Proprietà delle trasformate di Fourier e di Laplace	288
C.2 Trasformate $\mathcal{F}$ e $\mathcal{L}$ di alcune funzioni e distribuzioni	291
C.3 Proprietà della trasformata Zeta	294
C.4 Trasformata $\mathcal{Z}$ di alcune funzioni sugli interi	295
Indice analitico	296