

Paulo Ribenboim

L'ARITHMÉTIQUE DES CORPS

*Hermann
Paris*



*Collection
Méthodes*

- I Exposé succinct de la théorie des corps 13**
 - 1 Généralités sur les corps et la notion d'extension 13
 - 2 Extensions algébriques 15
 - 3 Clôture algébrique d'un corps 16
 - 4 Extensions séparables 21
 - 5 Trace et norme 27
 - 6 Extensions normales 28
 - 7 Extensions galoisiennes 29
 - 8 Corps finis 32
 - 9 Extensions cyclotomiques 35

- II Classes résiduelles et loi de réciprocité quadratique 37**
 - 1 Classes résiduelles 37
 - 2 Loi de réciprocité quadratique 40

- III Récapitulation sur les groupes finis 47**
 - 1 Généralités sur les groupes finis 47
 - 2 Théorèmes de Sylow 49
 - 3 p -groupes 51
 - 4 Caractères des groupes abéliens finis 53

- IV Les nombres p -adiques 59**
 - 1 Valeur absolue d'un corps 59
 - 2 Complétion d'un corps valué. Nombres p -adiques 64
 - 3 Fonctions exponentielles et logarithmes 68
 - 4 Valuations d'un corps 76
 - 5 Corps valués henséliens 84
 - 6 Compacité d'un anneau de valuation 90

TABLE

V	Les corps valués de Witt	93
1	Anneau de Witt	93
2	Corps de Witt	97
3	Représentants multiplicatifs	100
VI	Etude de quelques classes d'extensions galoisiennes	107
1	Extensions cycliques de degré égal à la caractéristique	107
2	Extensions cycliques de Kummer	109
3	Extensions abéliennes de Kummer	112
4	p -extensions abéliennes	114
VII	Théorie de Galois pour les extensions de degré infini	121
1	Rappel sur les groupes topologiques	121
2	Limite projective	122
3	Groupe de Galois d'une extension de degré infini	126
4	Groupe de Galois de la clôture algébrique de \mathbb{F}_p	130
VIII	La clôture abélienne du corps des rationnels	135
IX	Les corps ordonnables	143
1	Corps ordonnés	143
2	Corps ordonnables	145
3	Extensions ordonnées	148
4	Le théorème de Sturm	159
5	Extension ordonnée maximale	163
6	Exemples d'applications en théorie des nombres algébriques	166
X	Sommes de carrés	177
1	Somme des carrés de deux entiers	177
2	Le théorème de Lagrange	179
3	Les sommes de 2 ^e carrés d'éléments d'un corps forment un groupe multiplicatif	184
4	Le niveau d'un corps	191
5	17 ^e problème de Hilbert	198
XI	La dimension diophantienne des corps	213
1	Dimension diophantienne	213
2	Relations entre les dimensions diophantiennes de deux corps	217
3	Dimension diophantienne de \mathbb{Q}_p	226
	Bibliographie	235
	Index	241