

C. MARCHIONNA TIBILETTI
V. ZAMBELLI

*Professori Ordinari di Algebra
dell'Università degli Studi di Milano*

ESERCIZI DI ALGEBRA

SECONDA EDIZIONE

MASSON 

Milano • Parigi • Barcellona • Bonn
1993

INDICE

INTRODUZIONE	pag. V
NOTAZIONI	" VII
Capitolo I - PRIMI ELEMENTI DELLA TEORIA DEGLI INSIEMI	" 1
1. Unione ed intersezione dei sottoinsiemi di un insieme	" 1
2. Applicazioni fra insiemi	" 4
Applicazioni (Funzioni)	" 4
Prodotto di applicazioni	" 7
3. Sul prodotto di insiemi	" 10
Prodotto insiemistico	" 10
Sul concetto di corrispondenza (o relazione) fra insiemi	" 11
4. Relazioni di equivalenza	" 13
5. Insiemi ordinati	" 16
Relazioni d'ordine	" 16
Elementi massimali e minimali di un insieme ordinato. Maggioranti e minoranti	" 17
Capitolo II - ELEMENTI DI TEORIA DEI GRUPPI	" 23
6. Prime proprietà delle strutture gruppali	" 23
Principali proprietà preliminari	" 23
Proprietà delle leggi di composizione interne	" 24
Concetto di gruppo	" 26
Classi di resti mod n	" 28
Postulati che definiscono un gruppo	" 30
Prime proprietà dei gruppi	" 32
Potenze degli elementi di un gruppo	" 33
Sottogruppi di un gruppo	" 34

	Periodo di un elemento di un gruppo	"	36
	Gruppi ciclici	"	38
	Laterali di un sottogruppo	"	40
	Il teorema di Lagrange	"	43
	Sui trasformati degli elementi di un gruppo	"	45
	Trasformato di un sottogruppo di un gruppo	"	46
	Sottogruppi normali	"	47
	Gruppo quoziente	"	49
7.	Gruppi di trasformazioni	"	52
	Prime proprietà dei gruppi di trasformazioni	"	52
	Gruppo totale delle sostituzioni su n elementi	"	55
	Il gruppo alterno	"	58
8.	Isomorfismi ed omomorfismi fra gruppi	"	59
	Principali proprietà preliminari	"	59
	Isomorfismi fra gruppi	"	59
	Automorfismi di un gruppo	"	61
	Omomorfismi tra gruppi	"	65
	Proprietà dell'omomorfismo tra gruppi	"	68
9.	Operazioni sui sottogruppi di un gruppo	"	71
	Principali proprietà preliminari	"	71
	Intersezione di sottogruppi	"	71
	Sottogruppo generato da un sottoinsieme di un gruppo	"	73
	Unione di sottogruppi	"	75
	Prodotto di due sottogruppi	"	77
	Sottogruppi permutabili	"	79
	Prodotto diretto di sottogruppi	"	83
	Prodotto diretto di gruppi	"	90
10.	Sui teoremi di Sylow	"	91
	Principali proprietà preliminari	"	91
	Classi di elementi coniugati	"	92
	Normalizzante di un elemento di un gruppo	"	95
	Sui teoremi di Sylow	"	98
11.	Sui gruppi abeliani	"	104
	Principali proprietà preliminari	"	104
	Inversione del teorema di Lagrange	"	104
	Sui periodi degli elementi di un gruppo abeliano	"	106
	Capitolo III - ELEMENTI DI TEORIA DEGLI ANELLI	"	109
12.	Prime proprietà degli anelli e dei corpi	"	109
	Principali proprietà preliminari	"	109
	Anelli: definizione e prime proprietà	"	109
	Divisori dello zero. Domini d'integrità	"	113
	Corpi, campi	"	115
	Sottoanelli, sottocorpi	"	117
	Ideali di un anello	"	119
	Laterali di un ideale bilatero; anello quoziente	"	124

13. Omomorfismi ed isomorfismi fra anelli	"	126
Principali proprietà preliminari	"	126
14. Operazioni sugli ideali di un anello	"	134
15. Ideali notevoli di un anello commutativo. Anelli noetheriani	"	137
Principali proprietà preliminari	"	137
Ideali principali, ideali finitamente generati. Anelli noetheriani	"	138
Ideali massimali, ideali primi, ideali primari	"	143
16. Sulla caratteristica di un anello	"	149
Principali proprietà preliminari	"	149
Caratteristica di un elemento, caratteristica di un anello	"	150
Sottocorpo minimo di un corpo	"	156
17. Sopra alcuni problemi di immersione	"	158
18. Gruppi e anelli ordinati	"	159
19. Anelli di polinomi	"	163
Principali proprietà preliminari	"	163
Polinomi in una indeterminata sopra un anello	"	163
Divisione fra polinomi su un campo	"	166
Ideali di un anello di polinomi	"	167
Massimo comun divisore di polinomi	"	174
Polinomi riducibili ed irriducibili	"	176
Radici di un polinomio	"	179
Aggiunzione simbolica algebrica. Campi di Galois	"	185
20. Questioni di divisibilità in un dominio di integrità unitario	"	189
Principali proprietà preliminari	"	189
Divisibilità in un dominio d'integrità unitario; elementi primi ed elementi irriducibili	"	189
Anelli gaussiani	"	194
Domini ad ideali principali	"	196
Domini euclidei	"	198
21. Teoremi di trasporto per anelli gaussiani e noetheriani. Polinomi in più indeterminate	"	202
22. Cenni sulla teoria dei reticoli. Anelli di Boole	"	203
I reticoli come strutture algebriche e come insiemi parzialmente ordinati ..	"	203
Zero e unità di un reticolo. Sottoreticoli ed ideali	"	206
Omomorfismi ed isomorfismi fra reticoli	"	208
Reticoli modulari, distributivi, complementati	"	211
Reticoli di Boole. Anelli di Boole	"	215
Capitolo IV – ELEMENTI DELLA TEORIA DEI MODULI E DEGLI SPAZI VETTORIALI	"	219
23. Moduli sopra un anello	"	219
A-moduli, spazi vettoriali e algebre sopra un anello	"	219
Sottomoduli di un A-modulo	"	222

A-modulo quoziente. Omomorfismo ed isomorfismo fra A-moduli	"	224
Intersezione e somma di A-sottomoduli	"	226
A-sottomoduli finitamente generati	"	229
24. Spazi vettoriali di dimensione finita	"	231
Principali proprietà preliminari	"	231
Dipendenza lineare	"	231
Sistemi di generatori e basi di uno spazio vettoriale	"	233
Sulla dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato	"	236
Omomorfismi ed isomorfismi fra spazi vettoriali di dimensione finita	"	244
ESERCIZI VARI	"	251
APPENDICE	"	269