

Luigi Amerio

ANALISI MATEMATICA

con elementi di analisi funzionale

Volume terzo

Metodi matematici e applicazioni

Parte I

seconda edizione

UTET

INDICE

<i>Elenco di simboli e definizioni</i>	XI
--	----

Capitolo 1 Funzioni analitiche

1. Funzioni di variabile complessa. Continuità	1
2. Derivazione complessa. Funzioni analitiche	3
3. Condizioni di monogeneità	6
4. La funzione $\exp z$ (o e^z). Funzioni iperboliche e funzioni circolari	10
5. Serie di potenze. Cerchio di convergenza; analiticità della somma	16
6. Il punto improprio del piano complesso. La sfera di Neumann	21
7. Campi semplicemente o molteplicemente connessi sulla sfera di Neumann	23
8. Integrale di una funzione analitica. Teorema di Cauchy	25
9. Prima e seconda formula di Cauchy	33
10. Esistenza delle derivate di tutti gli ordini. Armonicità delle funzioni analitiche	36
11. Sviluppo in serie di Taylor nell'intorno di un punto di olomorfismo (al finito)	41
12. Sviluppo di Laurent	45
13. Singolarità isolate al finito. Caratteristiche	50
14. Olomorfismo e singolarità all'infinito. Teoremi di Casorati, Picard, Liouville; teorema fondamentale dell'algebra	57

15. Residui. Applicazione al calcolo di integrali definiti . . .	64
16. Principi di identità; permanenza delle proprietà analitiche . . .	72
17. Indicatore logaritmico	75
18. Massimo modulo di una funzione analitica. Teorema di Weierstrass sulle serie uniformemente convergenti di funzioni analitiche	81
19. Rappresentazione conforme	85
20. Prolungamento analitico. Metodo di Weierstrass	94
21. Funzioni analitiche poldrome; la funzione $\log z$; innalzamento a potenza nel campo complesso; le funzioni a^z e z^b	100
22. Sviluppi in serie di alcune funzioni poldrome. Serie di Puiseux. Poldromia dell'integrale di una funzione analitica in un campo di connessione qualsiasi	118
23. Funzioni algebriche e loro rappresentazione geometrica: superficie di Riemann	124
24. Integrali euleriani	127
25. Equazioni differenziali e funzioni implicite nel campo analitico: metodo delle funzioni maggioranti	133

◦ Capitolo 2 Misura e integrale secondo Lebesgue

1. Insiemi misurabili secondo Lebesgue. Proprietà della misura: numerabile additività	145
2. Funzioni misurabili secondo Lebesgue; completezza rispetto all'operazione di passaggio al limite. Funzioni misurabili a livelli. Teoremi di Lusin e di Severini-Egorov	156
3. Funzioni sommabili. Integrale di Lebesgue: interpretazione geometrica	167
4. Proprietà dell'integrale di Lebesgue: linearità e numerabile additività; passaggio al limite sotto il segno di integrale; teorema fondamentale del calcolo; formule di riduzione degli integrali multipli (teoremi di Fubini e di Tonelli)	176
5. La trasformata di Fourier in $L^1(\mathcal{R})$	183

Capitolo 3 La trasformazione di Laplace

1. Definizioni e prime proprietà	190
2. Semipiano di convergenza. Analiticità della trasformata. Formule fondamentali	195
3. Teorema della convoluzione	212

4. Inversione della trasformata di Laplace: formula di Riemann-Fourier. Condizione sufficiente perchè una data $f(p)$ sia una trasformata. Teoremi abeliani e teoremi tauberiani 218
5. Serie e funzioni composte di trasformate di Laplace 230

Capitolo 4 Il metodo della trasformata di Laplace

1. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti. Equazioni di convoluzione dei fenomeni ereditari 239
2. Applicazioni ai circuiti elettrici 247
3. Equazioni differenziali lineari a coefficienti lineari 252
4. Equazione e funzioni di Bessel 257
5. Sviluppi asintotici delle funzioni di Bessel 262
6. Integrazione di un sistema di infinite equazioni lineari a coefficienti costanti, della teoria dei filtri elettrici 272
7. Linee elettriche a costanti distribuite: equazione dei telegrafi 281
8. Tensione e corrente nella linea illimitata 290
9. Tensione e corrente nella linea di lunghezza finita 295
10. Inversione di trasformate meromorfe 296
11. Propagazione dell'elettricità in un cavo con impedenza iniziale, o terminale; uno sviluppo asintotico 300
12. Relazioni di sostituzione per la trasformazione di Laplace 307

• Capitolo 5 Spazi vettoriali, metrici, di Banach, di Hilbert

1. Spazi vettoriali 313
2. Spazi metrici 318
3. Classi di equivalenza. Completamento degli spazi metrici. Spazi topologici. Spazi vettoriali-topologici 338
4. Spazi vettoriali normati. Spazi di Banach. Confronto tra norme: condizione di equivalenza. Gli spazi C^m , l^p , L^p 347
5. Spazi di Hilbert: disuguaglianza di Schwarz; gli spazi \mathcal{C}^n , l^2 , L^2 360
6. Varietà lineari e sottospazi negli spazi di Banach. Teorema di decomposizione negli spazi di Hilbert 373
7. Sviluppi in serie di vettori ortogonali: eguaglianza di Parseval e disuguaglianza di Bessel. Metodo di ortogonalizzazione di Schmidt. Spazi metrici separabili 378
8. Sviluppi in serie di Fourier: serie trigonometriche (o esponenziali), polinomi di Legendre, di Laguerre, di Hermite 389

9.	Funzionali lineari continui in uno spazio di Banach. Spazio duale; sottospazio nullo e formula di decomposizione. Il teorema di rappresentazione negli spazi di Hilbert . . .	392
10.	Operatori e trasformazioni negli spazi astratti: punti uniti. Il teorema delle contrazioni e il metodo delle approssimazioni successive. Applicazioni: equazioni differenziali (metodo di Peano-Picard), funzioni implicite (metodo di Goursat), equazioni integrali dei tipi di Volterra e di Fredholm .	401

Capitolo 6 Analisi qualitativa di sistemi differenziali non lineari; soluzioni periodiche

1.	Posizione del problema. Sistemi autonomi. Sistemi periodici	419
2.	Sistemi autonomi. Analisi nell'intorno di un punto singolare: i casi del colle, nodo, nodo a stella, fuoco, centro; traiettorie di separazione o di addensamento. Soluzioni periodiche: cicli limiti	424
3.	Equazioni periodiche. Teorema topologico di Brouwer, del punto unito, e sua applicazione	435
4.	Analisi qualitativa di equazioni della meccanica e dell'elettronica non lineari	441
5.	Modelli matematici di fluttuazioni biologiche o di equilibrio asintotico in specie conviventi	451
6.	Analisi qualitativa nel campo analitico: teorema di Briot e Bouquet	463