

ROBERTO CONTI

LEZIONI
DI
ANALISI MATEMATICA

VOLUME SECONDO



PADOVA

CEDAM - CASA EDITRICE DOTT. ANTONIO MILANI

1979

INDICE

13 - SERIE NUMERICHE

13.1	Serie numeriche	1
13.2	Serie a termini reali	3
13.3	Serie a termini reali positivi	3
13.4	Serie a termini reali di segno alternato	9
13.5	Convergenza assoluta. Convergenza incondizionata	12
13.6	Serie a termini reali di segno arbitrario	15
13.7	Somma e prodotto di due serie	16
13.8	Convergenza di $\sum a_n b_n$. Disuguaglianza di Hölder. Identità di Brunnacci-Abel.	19
13.9	Altri procedimenti di sommazione	22

14 - SERIE DI FUNZIONI

14.1	Serie di funzioni $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Convergenza uniforme. Convergenza totale	24
14.2	Applicazioni alle serie del teorema dei limiti	26
14.3	Serie di potenze in $\mathbf{R}$	28
14.4	Sviluppo di una funzione in serie di funzioni	35
14.5	Sviluppo di una funzione $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ in serie di potenze	36
14.6	Alcuni sviluppi in serie di potenze.	38
14.7	Serie di funzioni $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$. Serie di potenze in $\mathbf{C}$	42
14.8	Serie binomiale. Serie geometrica	45
14.9	Serie esponenziale. La funzione $z \mapsto e^z$	46
14.10	Logaritmi in base e di un numero complesso. Serie logaritmica	49
14.11	Potenza di base ed esponente complessi. Logaritmi con base complessa	50
14.12	Funzioni trigonometriche	51
14.13	Funzioni intere e funzioni meromorfe	54
14.14	Serie trigonometriche	54

15 - LO SPAZIO EUCLIDEO E^n .

15.1	Lo spazio vettoriale R^n , Prodotto interno, Modulo	56
15.2	Lo spazio euclideo E^n	58
15.3	Proprietà topologiche di E^n	60
15.4	Funzioni $E^n \leftrightarrow E^m$ lineari e affini	61
15.5	Spazio duale di E^n	63
15.6	Iperpiani, Semispazi, Rette	66
15.7	Insiemi convessi	67
15.8	Gli spazi l_p^n di Minkowski	67
15.9	Successioni e serie in E^n	69

16 - FUNZIONI $R \rightarrow E^n$.

16.1	Funzioni $R \rightarrow E^n$	72
16.2	Variazione	72
16.3	Limiti	74
16.4	Continuità	76
16.5	Derivata vettoriale, Differenziale	77
16.6	Derivate di ordine $q > 1$, Formula di Taylor	79
16.7	Determinante Wronskiano	80

17 - FUNZIONI $E^n \leftrightarrow R$.

17.1	Funzioni $E^n \leftrightarrow R$	83
17.2	Limiti	84
17.3	Continuità	87
17.4	Applicazioni alle norme in R^n	90
17.5	Derivate	92
17.6	Differenziale	94
17.7	Funzione differenziale	98
17.8	Funzioni di classe C^1	100
17.9	Funzioni di classe C^q	102
17.10	Formula di Taylor	105
17.11	Funzioni convesse	109
17.12	Estremi locali	115

18 - FUNZIONI $E^m \leftrightarrow E^n$

18.1	Funzioni $E^m \leftrightarrow E^n$	121
18.2	Limiti	121
18.3	Continuità, Omeomorfismi, Contrazioni, Punti fissi	122

18.4	Funzioni $E^m \leftrightarrow E^n$ differenziabili	125
18.5	Teorema della derivazione a catena	129
18.6	Campi di vettori in E^3 , Rotore, Divergenza	132
18.7	Funzioni $E^n \leftrightarrow E^m$ di classe C^q	133
18.8	Teorema della funzione inversa	135
18.9	Diffeomorfismi	140
18.10	Funzioni implicite, Teorema di Peano	140
18.11	Funzioni implicite, Teorema del Dini	143
18.12	Estremi vincolati, Moltiplicatori di Lagrange	147
18.13	Programmazione lineare	150

19 - MISURA IN E^n .

19.1	Misura in E^n	152
19.2	Intervalli n-dimensionali, Plurintervalli	154
19.3	Misura interna secondo Peano-Jordan	156
19.4	Misura esterna secondo Peano-Jordan	158
19.5	Relazioni tra misura interna e misura esterna	159
19.6	Misura secondo Peano-Jordan	161
19.7	Cenni sulla misura secondo Lebesgue	163

20 - INTEGRALE DI RIEMANN IN $\mathbb{R}$.

20.1	Misura di un trapezoide	166
20.2	Integrale di Riemann in $\mathbb{R}$	168
20.3	Proprietà dell'integrale di Riemann	174
20.4	Un'altra definizione dell'integrale	180
20.5	Additività rispetto all'intervallo di integrazione	186
20.6	Teorema della media integrale	188
20.7	Funzione integrale, Teorema e formula fondamentale del calcolo integrale	189
20.8	Integrazione per parti, Integrazione per sostituzione	193
20.9	Integrazione parziale, Integrazione per serie, Integrali ripetuti	194

21 - ALCUNE ESTENSIONI DELL'INTEGRALE DI RIEMANN

21.1	Integrale di Riemann - Stieltjes	206
21.2	Gli integrali $\int_a^{+\infty} f dx$, $\int_{-\infty}^b f dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} f dx$	213
21.3	Gli integrali $\int_a^{b-} f dx$, $\int_{a+}^b f dx$, $\int_{a+}^{b-} f dx$	219

21.4	Altre estensioni dell'integrale. Γ euleriana	221
21.5	Integrale vettoriale	223

22 - CURVE

22.1	Curve in E^n	227
22.2	Curve semplici. Curve cartesiane	228
22.3	Curve semplici piane. Teorema di Jordan	229
22.4	Lunghezza di una curva	230
22.5	Curve di classe C^1	234
22.6	L'integrale curvilineo $\int_{\gamma} f ds$	235
22.7	Rette tangenti ad un sostegno. Versori tangenti	237
22.8	Curve regolari. Curve regolari a tratti	238

23 - 1-FORME E LORO INTEGRALI. 2-FORME.

23.1	1-Forme	240
23.2	L'integrale $\int_{\gamma} \omega$	242
23.3	2-covettori. 2-forme.	248
23.4	Un'interpretazione meccanica	253

24 - INTEGRALE DI RIEMANN IN E^n .

24.1	Integrale $\int_I f dx$, I intervallo	254
24.2	Riduzione di $\int_I f dx$ a integrali ripetuti	257
24.3	Integrale $\int_A f dx$, A insieme misurabile	259
24.4	Integrazione per sostituzione	265

25 - SUPERFICIE

25.1	Varietà in E^n	268
------	----------------------------	-----

25.2	Superficie	269
25.3	Area di una superficie. Integrale superficiale $\int_{\sigma} f \, ds$	270
25.4	Superficie regolari. Superficie regolari a tratti, Versori normali	276
25.5	L'integrale $\int_{\sigma} \omega$	278