

GIUSEPPE ZWIRNER

LEZIONI DI ANALISI MATEMATICA

PARTE SECONDA

FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI

NUOVA EDIZIONE



CASA EDITRICE DOTT. ANTONIO MILANI

1976

I N D I C E

CAP. I. - SPAZI NUMERICI REALI

Spazio numerico reale bidimensionale	Pag.	1
Diametro di un insieme piano - Insiemi limitati	"	4
Punti di accumulazione - Teorema di Bolzano	"	6
Insiemi aperti - Insiemi chiusi	"	7
Insieme derivato - Insiemi perfetti - Insiemi densi	"	10
Teorema di Pincherle-Borel	"	11
Definizione di campo, di dominio e di continuo	"	12
Spazi numerici reali ad n dimensioni	"	15

CAP. II. - FUNZIONI REALI DI PIU' VARIABILI REALI - LIMITI - CONTINUITA'

Il concetto di funzione reale di più variabili reali	"	18
Limiti delle funzioni di due o più variabili	"	21
Funzioni continue di due variabili	"	27
Funzioni composte	"	30
Funzioni continue in insiemi chiusi e limitati	"	31
La nozione di continuità uniforme - Teorema di Heine-Cantor	"	33
Funzioni continue di tre o più variabili	"	34

CAP. III. - DERIVATE E DIFFERENZIALI DELLE FUNZIONI DI DUE O PIU' VARIABILI

Derivate parziali delle funzioni numeriche di due variabili	"	35
Derivate parziali degli ordini superiori	"	39
Sulle derivate seconde miste	"	40
Derivate parziali delle funzioni numeriche di n variabili	"	43
Funzioni differenziabili	"	44
Differenziali totali successivi per una funzione numerica di due variabili	"	48
Differenziali totali per le funzioni numeriche di tre o più variabili	"	50
Derivata di una funzione composta	"	51
Derivata di un determinante	"	58
Derivata secondo una direzione	"	60

CAP. IV. - TEOREMI FONDAMENTALI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE DELLE FUNZIONI NUMERICHE DI DUE O PIÙ VARIABILI

Funzioni con derivate nulle	Pag. 62
Funzioni omogenee	» 64
Formula di Taylor per le funzioni numeriche di più variabili	» 67
Integrali contenenti un parametro	» 71
Forme quadratiche	» 77
Massimi e minimi relativi per le funzioni numeriche di due variabili	» 80
Massimi e minimi relativi per le funzioni numeriche di tre o più variabili	» 88
Ricerca del massimo e del minimo assoluto di una funzione continua di due o più variabili	» 91

CAP. V. - FUNZIONI IMPLICITE NEL CAMPO REALE

Funzioni implicitamente definite da un'equazione	» 94
Derivate successive delle funzioni implicite di una sola variabile - Calcolo approssimato delle funzioni implicite	» 99
Funzioni implicite di più variabili	» 100
Sistemi di funzioni implicite	» 101
Inversione di una trasformazione puntuale	» 107
Dipendenza ed indipendenza funzionale	» 110
Massimi e minimi vincolati; metodo dei moltiplicatori di Lagrange	» 116

CAP. VI. - LUNGHEZZA DI UNA CURVA - INTEGRALI CURVILINEI

Curve continue e semplici	» 122
Curve regolari	» 126
Curve generalmente regolari	» 127
I versi di una curva - Curve orientate	» 129
Gli assi tangenti ad una curva regolare orientata	» 130
Lunghezza di una curva regolare	» 131
Rappresentazione parametrica di una curva regolare in funzione dell'arco	» 136
Lunghezza di una curva generalmente regolare	» 138
Curve piane	» 139
Integrali curvilinei ai differenziali d'arco	» 142
Gli integrali curvilinei ai differenziali delle coordinate	» 149
Proprietà degli integrali curvilinei ai differenziali delle coordinate	» 153
Integrali curvilinei estesi alla frontiera di un dominio regolare di R^2	» 158

CAP. VII. - MISURA DEGLI INSIEMI E INTEGRALI DOPPI ESTESI
A INSIEMI MISURABILI

Misura di un insieme piano limitato	Pag. 161
Proprietà della misura	• 169
Esempi di insiemi piani misurabili	• 172
Insiemi limitati misurabili dello spazio ordinario	• 175
Esempi di insiemi misurabili dello spazio ordinario	• 178
Integrale definito doppio di una funzione numerica continua di due variabili esteso ad un insieme chiuso limitato e misu- rabile	• 181
Proprietà degli integrali doppi	• 184
Significato geometrico dell'integrale doppio	• 186
Riduzione di un integrale doppio a due integrazioni semplici suc- cessive	• 188
Formule di Green nello spazio R^2	• 195
Conseguenze delle formule di Green	• 199
Cambiamento di variabili in un integrale doppio	• 203

CAP. VIII. - ESTENSIONI DEL CONCETTO DI INTEGRALE DOPPIO

Definizione di integrale doppio per le funzioni numeriche non continue in un insieme chiuso limitato e misurabile	• 213
Criteri di sommabilità	• 221
Proprietà dell'integrale delle funzioni sommabili	• 223
Misura degli insiemi illimitati	• 224
Integrali doppi estesi ad insiemi illimitati	• 229
Criteri di sommabilità	• 231

CAP. IX. - INTEGRALI DELLE FUNZIONI REALI DI TRE O PIU'
VARIABILI REALI

Integrali tripli estesi a insiemi chiusi limitati e misurabili	• 234
Riduzione di un integrale triplo	• 235
Cenni sui cambiamenti di variabili negli integrali tripli	• 237
Misura di un sottoinsieme di R^n	• 239
Definizione di integrale n -plo	• 240
Cenni sul concetto di integrale n -plo generalizzato	• 241

CAP. X. - INTEGRALI SUPERFICIALI

Superficie regolari	• 243
Piani tangenti ad una superficie regolare	• 245
Superficie regolari orientate	• 246
Area di una superficie regolare	• 248

Area di una superficie di rotazione	Pag. 253
Integrali di superficie ai differenziali d'area	* 255
Integrali di superficie ai differenziali d'area delle proiezioni ortogonali di S sui piani coordinati	* 256
Integrali superficiali estesi alla frontiera di un dominio regolare di R^3	* 258
Formule di Green nello spazio e applicazioni	* 259
Teorema di Stokes	* 263

CAP. XI. - FORME DIFFERENZIALI LINEARI E LORO INTEGRAZIONE

Problema dell'integrazione di una forma differenziale lineare in due variabili	* 267
Teorema fondamentale sull'integrabilità delle forme differenziali lineari in due variabili	* 269
Altre condizioni di integrabilità di una forma differenziale lineare in due variabili	* 276
Calcolo di una funzione primitiva di una forma differenziale lineare in due variabili	* 281
Forme differenziali lineari in tre variabili	* 285
Calcolo di una funzione primitiva di una forma differenziale lineare in tre variabili	* 289

CAP. XII. - EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE DEL PRIMO ORDINE

Generalità	* 291
Teoremi di esistenza e di unicità per le soluzioni di una equazione differenziale ordinaria del primo ordine e di forma normale	* 294
Integrali generali e integrali particolari delle equazioni differenziali ordinarie del primo ordine e di forma normale	* 302
Integrali singolari o di frontiera per l'equazione $y' = f(x, y)$	* 306
Integrazione di alcuni tipi di equazioni differenziali del primo ordine in forma normale	* 307
Equazioni differenziali esatte	* 308
Equazioni differenziali a variabili separate	* 312
Equazioni differenziali a variabili separabili	* 313
Equazioni del tipo $y' = f(ax + by)$	* 315
Equazioni omogenee	* 317
Equazioni del tipo $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{a'x + b'y + c'}\right)$	* 318
Equazioni lineari	* 320
Equazioni di Bernoulli	* 321
Fattore integrante	* 323

Cenni sulle equazioni differenziali ordinarie del primo ordine di forma non normale	Pag. 326
Integrali singolari per le equazioni differenziali del primo ordine non di forma normale	» 328
Integrazione di alcuni tipi di equazioni differenziali di primo ordine di forma non normale	» 330

CAP. XIII. - EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE D'ORDINE SUPERIORE AL PRIMO

Generalità	» 336
Teoremi di esistenza e di unicità per le equazioni differenziali ordinarie d'ordine n e di forma normale	» 338
Integrazione di alcuni tipi di equazioni differenziali del secondo ordine	» 339
Equazioni differenziali lineari	» 344
Equazioni differenziali lineari e omogenee	» 345
Integrale generale dell'equazione lineare e omogenea	» 349
Equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti	» 351
Equazioni differenziali lineari d'ordine n non omogenee	» 358
Metodo di Lagrange per l'integrazione delle equazioni differen- ziali lineari non omogenee	» 360
Equazioni differenziali lineari non omogenee a coefficienti costanti	» 363

CAP. XIV. - SISTEMI DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

Sistemi di equazioni differenziali del primo ordine rispetto ad ogni funzione incognita	» 365
Teoremi di esistenza e di unicità per i sistemi di equazioni diffe- renziali del primo ordine e di forma normale	» 367
Considerazioni ulteriori	» 369

CAP. XV. - CENNI SULLA SERIE DI FOURIER

Serie trigonometriche	» 371
Serie di Fourier	» 377
Esempi di sviluppi in serie di Fourier	» 381

CAP. XVI. - FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA

Definizione di funzione di variabile complessa	» 385
Limiti per le funzioni di variabile complessa	» 386
Funzioni continue di variabile complessa	» 389
Derivata di una funzione di variabile complessa	» 390
Regole di derivazione per le funzioni di variabile complessa	» 391
Esempi di funzioni derivabili	» 393

Le condizioni di monogeneità	Pag. 398
Differenziali di una funzione di variabile complessa	» 403
Integrali curvilinei delle funzioni di variabile complessa	» 404
Proprietà degli integrali curvilinei delle funzioni di variabile complessa	» 407
Funzioni primitive di una funzione di variabile complessa	» 410
Integrazione definita nel campo complesso	» 413
Teorema di Cauchy	» 415
Formula integrale di Cauchy	» 416
Teorema di Morera	» 420
Teorema di Goursat	» 421
Definizione di funzione olomorfa in un campo e suo sviluppo in serie di Taylor	» 424
Serie di Laurent	» 426
Zeri delle funzioni olomorfe	» 431
Limitazioni per le funzioni olomorfe	» 435
Teorema di Liouville e del massimo modulo	» 436
Serie di funzioni olomorfe - Teorema di Weierstrass	» 437
Poli e punti singolari essenziali isolati	» 440
Proprietà dei poli	» 443
Proprietà dei punti singolari essenziali isolati	» 445
Singularità all'infinito	» 447
Residui	» 451
Teorema dei residui	» 452
Indicatore logaritmico	» 453
Teorema fondamentale dell'algebra	» 455

CAP. XVII. - SPAZI VETTORIALI O LINEARI

Premesse	» 458
Definizione di spazio vettoriale o lineare	» 460
Definizione di dipendenza lineare	» 462
Definizione di isomorfismo tra spazi vettoriali	» 465
Spazi metrici	» 468
Spazio vettoriale normato	» 471
Definizione di successione convergente in uno spazio normato	» 474
Definizione di norme equivalenti	» 480
Spazi hilbertiani	» 481
Sistemi ortogonali di uno spazio hilbertiano	» 489
Spazio hilbertiano di dimensione finita	» 493
Spazio hilbertiano di dimensione infinita	» 494
Serie di Fourier	» 495