

SILVANA ABEASIS

COMPLEMENTI
DI ALGEBRA LINEARE
E GEOMETRIA

ZANICHELLI

INDICE

Prefazione	VII
Alfabeto greco	X
Simboli logici ed insiemistici	XI
Testi consigliati	XI
Principali simboli usati nel testo	XII

Capitolo 1 MATRICI HERMITIANE ED UNITARIE

1. Forma triangolare di una matrice	1
1.E Esercizi	3
2. Matrici hermitiane	3
2.E Esercizi	7
3. Matrici unitarie	7
3.E Esercizi	8
4*. Operatori hermitiani ed operatori unitari	9
4.E* Esercizi	11
5. Esercizi di ricapitolazione	11

Capitolo 2 FORME QUADRATICHE REALI

1. Forme quadratiche in una e due variabili	14
1.E Esercizi	18
2. Problemi generali sulle forme quadratiche	18
2.E Esercizi	22
3. Segnatura di una forma quadratica. Invarianti per congruenza	22
3.E Esercizi	26
4. Forma canonica affine e metrica di una forma quadratica	27
4.E Esercizi	29
5. Criteri perchè una matrice simmetrica reale sia definita positiva	29
5.E Esercizi	33
6*. Criteri perchè una matrice simmetrica reale sia semidefinita positiva	34
6.E* Esercizi	38

7*.	Applicazione allo studio locale di punti di una superficie . . .	39
7.E*	Esercizi	40
8.	Esercizi di ricapitolazione	40

Capitolo 3 FORMA CANONICA DI JORDAN

1.	Il teorema fondamentale e la strategia della dimostrazione . .	43
1.E	Esercizi	47
2.	Il procedimento di separazione degli autovalori e la riduzione all'autovalore nullo	47
2.E	Esercizi	51
3.	La forma di Jordan per le matrici nilpotenti	51
3.E	Esercizi	58

Capitolo 4 ALGEBRA MULTILINEARE

1.	Duale e quozienti di uno spazio vettoriale	59
1.E	Esercizi	64
2.	Prodotto tensoriale di spazi vettoriali	65
2.E	Esercizi	71
3*.	Tensori covarianti e controvarianti: esempi	72
3.E	Esercizi	77
4.	Potenze esterne di uno spazio vettoriale	77
2.E	Esercizi	80

Capitolo 5 CONICHE E QUADRICHE

1.	Campi di vettori	81
2.	Cambiamenti di coordinate cartesiane nello spazio e nel piano	83
2.E	Esercizi	88
3.	Affinità e movimenti rigidi nel piano e nello spazio	89
3.E	Esercizi	91
4.	La riduzione delle coniche a forma canonica	92
4.E	Esercizi	100
5.	Invarianti affini e metrici delle coniche	101
5.E	Esercizi	104
6.	Classificazione delle quadriche	104

6.E	Esercizi	108
7.	Esercizi di ricapitolazione	108

Capitolo 6 GRUPPI, AZIONI ED ORBITE

1.	Gruppi astratti. Gruppi classici di matrici	111
1.E	Esercizi	114
2.	Esempi di gruppi che nascono dalla geometria affine e metrica del piano e dello spazio	114
2.E	Esercizi	117
3.	Parametrizzazione di alcuni gruppi classici	117
3.E	Esercizi	120
4.	Azione di un gruppo su un insieme o su uno spazio vettoriale e corrispondenti orbite. Esempi	120
5.	Orbite delle coniche rispetto ai gruppi $A_2(\mathbb{R})$ ed $R_2(\mathbb{R})$ nel piano reale e complessificato.	124
5.E	Esercizi	128
6.	Lo spazio di Minkowsky e le orbite del gruppo di Lorentz.	128
7.	Cenni storici sullo sviluppo della geometria	133
8.	Esercizi di ricapitolazione	134

Capitolo 7 GEOMETRIA PROIETTIVA

1.	Coordinate omogenee associate ad un riferimento cartesiano	137
1.E	Esercizi	140
2.	Ampliamento analitico del piano con i punti all'infinito	141
2.E	Esercizi	145
3.	Ampliamento analitico della retta e dello spazio con i punti all'infinito	145
3.E	Esercizi	147
4.	Introduzione analitica degli spazi proiettivi.	148
4.E	Esercizi	155
5.	Geometria proiettiva, affine e metrica sulla retta reale: invarianti e teoremi fondamentali	156
5.E	Esercizi	161
6*.	Introduzione astratta degli spazi proiettivi. Dualità	161
6.E*	Esercizi	165
7.	Curve algebriche piane	166
7.E	Esercizi	172

8.	Esercizi di ricapitolazione	173
----	---------------------------------------	-----

Capitolo 8 GEOMETRIA DIFFERENZIALE

1.	Rappresentazioni parametriche per le curve	177
1.E	Esercizi	183
2.	Proprietà differenziali metriche delle curve	184
2.E	Esercizi	190
3.	Definizioni e proprietà elementari per le funzioni di più variabili reali	191
4.	Rappresentazioni parametriche per le superfici	194
4.E	Esercizi	201
5.	L'operatore di forma in un punto di una superficie	202
5.E	Esercizi	207
6.	Curvature normali, curvatura Gaussiana e curvatura media in un punto di una superficie	207
6.E	Esercizi	212
7.	Cenni sulle curve geodetiche di una superficie	212
8*.	Prima e seconda forma quadratica fondamentale	214
9.	Esercizi di ricapitolazione	217

SOLUZIONI DI ESERCIZI PROPOSTI

Capitolo 1	220
Capitolo 2	225
Capitolo 3	231
Capitolo 4	234
Capitolo 5	235
Capitolo 6	242
Capitolo 7	244
Capitolo 8	250
Indice analitico	255