

*Jaures P. Cecconi  
Livio C. Piccinini  
Guido Stampacchia*

**Esercizi  
e problemi di  
Analisi  
matematica**  
**I° Volume**  
**Funzioni di una variabile**

Liguori Editore

# Indice

Prefazione .....	<i>pag.</i>	15
<b>Capitolo 0 — Richiami di matematica elementare</b>		
0.1 Numeri e operazioni. ....	"	17
0.2 Sistemi di numerazione decimale, binario e ottale .....	"	20
0.3 Richiami sui polinomi .....	"	22
0.4 Equazioni algebriche .....	"	24
0.5 Disequazioni algebriche .....	"	28
0.6 Sistemi di equazioni e di disequazioni algebriche .....	"	33
0.7 La funzione $ x $ . ....	"	41
0.8 Notazioni e regole di calcolo per le potenze ....	"	46
0.9 Equazioni irrazionali; disequazioni irrazionali ...	"	47
0.10 Funzioni esponenziali e logaritmiche. ....	"	50
0.11 Richiami di trigonometria piana .....	"	54
Esercizi di ricapitolazione .....	"	67
Risoluzione degli esercizi del capitolo 0 .....	"	69
Errori tipici .....	"	78
<b>Capitolo 1. — Elementi di teoria degli insiemi (soli esercizi)</b>		
1. Gli insiemi .....	"	80
2. Applicazioni tra insiemi .....	"	80
3. Operazioni sui sottoinsiemi di un insieme. ....	"	82
4. Relazioni di equivalenza; insiemi quozienti. ....	"	84
5. Insiemi ordinati. ....	"	86
6. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore. ....	"	87
7. Gruppi. Corpi. ....	"	87
8. Il sistema dei numeri reali .....	"	88
9. Struttura del sistema dei numeri reali .....	"	90
10. Radici $n$ -sime dei numeri reali .....	"	91
11. Ascissa di un punto della retta .....	"	92
12. Il principio di induzione .....	"	92
13. Potenza di un insieme. Insiemi finiti e insiemi infiniti .....	"	93

14. Insiemi numerabili . . . . .	"	94
15. Insiemi finiti. Elementi di calcolo combinatorio . . . . .	"	94
Risoluzione degli esercizi del capitolo 1. . . . .	"	95
<b>Capitolo 2. — I numeri complessi</b>		
17. Definizioni. . . . .	"	110
18. Forma algebrica dei numeri complessi . . . . .	"	111
19. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi. . . . .	"	111
20. Forma trigonometrica dei numeri complessi . . . . .	"	112
21. Radici $n$ -sime dei numeri complessi. . . . .	"	113
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	114
Risoluzione degli esercizi del capitolo 2 . . . . .	"	115
Errori tipici . . . . .	"	126
<b>Capitolo 3. — Successioni. Limiti</b>		
22. Successioni reali. Definizioni . . . . .	"	128
23. Limiti . . . . .	"	130
24. Teoremi fondamentali sui limiti . . . . .	"	132
25. Teoremi sulle medie aritmetiche e geometriche di una successione. . . . .	"	139
26. Successioni monotone. Numero $e$ . . . . .	"	141
27. Criterio di convergenza di Cauchy. . . . .	"	143
28. Successioni complesse . . . . .	"	143
29. Successioni nel campo razionale . . . . .	"	144
30. Successioni reali non regolari. Massimo e minimo limite . . . . .	"	144
<b>Appendice</b>		
31. Costruzione del sistema dei numeri reali. . . . .	"	148
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	149
Risoluzione dei problemi del capitolo 3 . . . . .	"	149
Risoluzione degli esercizi preliminari al § 24 . . . . .	"	153
Risoluzione dei problemi del § 24 . . . . .	"	155
Errori tipici . . . . .	"	171
<b>Capitolo 4 — Funzioni reali di variabile reale. Limiti</b>		
32. Funzioni reali di una variabile reale . . . . .	"	172
33. Limiti delle funzioni reali di una variabile reale . . . . .	"	174
34. Criterio di convergenza di Cauchy. . . . .	"	177
35. Funzioni monotone . . . . .	"	178
36. Cenni sulle funzioni complesse di una variabile reale . . . . .	"	178
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	179

## Appendice

37. Successioni generalizzate . . . . .	"	182
Risoluzione dei problemi del capitolo 4 . . . . .	"	184
Errori tipici . . . . .	"	192

Capitolo 5. — **Le funzioni continue di variabile reale**

38. La definizione di continuità . . . . .	"	193
39. Prime proprietà delle funzioni continue . . . . .	"	195
40. Continuità delle funzioni composte . . . . .	"	195
41. Teoremi sulle funzioni continue in un intervallo chiuso . . . . .	"	196
42. Uniforme continuità di una funzione reale di variabile reale . . . . .	"	197
43. Continuità della funzione inversa . . . . .	"	199
44. Infinitesimi e infiniti e loro confronto . . . . .	"	201
Esercizi di riepilogo . . . . .	"	205
Risoluzione dei problemi del capitolo 5 . . . . .	"	206
Errori tipici . . . . .	"	221

Capitolo 6. — **Derivate delle funzioni reali di una variabile reale**

45. Definizione di derivata . . . . .	"	222
46. Significato geometrico e significato meccanico della derivata . . . . .	"	224
47. Regole di derivazione . . . . .	"	226
48. Funzione esponenziale e funzione logaritmica . . . . .	"	228
49. Derivate di alcune funzioni elementari . . . . .	"	230
50. Le derivate successive di una funzione . . . . .	"	232
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	233
Risoluzione dei problemi del capitolo 6 . . . . .	"	235
Errori tipici . . . . .	"	248

Capitolo 7. — **I teoremi fondamentali del calcolo differenziale. Prime applicazioni**

51. Teoremi di Rolle, Lagrange, Cauchy . . . . .	"	250
52. Prime conseguenze del teorema di Lagrange . . . . .	"	251
53. I teoremi de l'Hôpital . . . . .	"	253
54. La formula di Taylor . . . . .	"	257
55. Punti di crescita, di decrescenza, di massimo e minimo relativo per una funzione . . . . .	"	262
56. Convessità di una funzione in un punto . . . . .	"	266
Catalogo di grafici . . . . .	"	269
Problemi di ricapitolazione I . . . . .	"	281
Problemi di ricapitolazione II . . . . .	"	287
Problemi di ricapitolazione III . . . . .	"	290

## Appendice

57. Funzioni convesse in un intervallo . . . . .	"	293
58. Calcolo delle radici di un'equazione . . . . .	"	293
Risoluzione dei problemi del capitolo 7 . . . . .	"	295
Errori tipici . . . . .	"	363

## Capitolo 8. — Le serie numeriche

59. Serie numeriche . . . . .	"	366
60. Criterio generale di convergenza; considerazioni di carattere generale . . . . .	"	368
61. Serie a termini positivi. Criterio del confronto . . . . .	"	368
62. Criteri della radice e del rapporto . . . . .	"	370
63. Serie convergenti assolutamente . . . . .	"	372
64. Criteri di convergenza non assoluta . . . . .	"	373
65. Proprietà associative e commutative delle serie . . . . .	"	375
66. Operazioni sulle serie . . . . .	"	376
67. Serie a termini complessi . . . . .	"	377
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	378
Risoluzione dei problemi del capitolo 8 . . . . .	"	382
Errori tipici . . . . .	"	400

## Capitolo 9. — Teoria dell'integrazione per le funzioni di una variabile

68. Notazioni . . . . .	"	401
69. Integrale di una funzione continua . . . . .	"	402
70. Proprietà degli integrali . . . . .	"	404
71. Integrali definiti . . . . .	"	405
72. Teorema fondamentale del calcolo integrale . . . . .	"	406
73. Integrali indefiniti . . . . .	"	407
74. Regole di integrazione definita . . . . .	"	408
75. Integrali impropri . . . . .	"	410

## Appendice

76. Integrazione secondo Riemann . . . . .	"	415
77. Proprietà delle funzioni integrabili secondo Riemann . . . . .	"	416
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	416
Risoluzione dei problemi del capitolo 9 . . . . .	"	419
Errori tipici . . . . .	"	432

## Capitolo 10. — Integrazione delle funzioni elementari

78. Integrali indefiniti immediati . . . . .	"	435
79. Metodo di integrazione per decomposizione in somma . . . . .	"	437

80. Metodo di integrazione per parti . . . . .	"	438
81. Metodo di integrazione per sostituzione . . . . .	"	441
82. Integrazione delle funzioni razionali . . . . .	"	443
83. Decomposizione di una funzione razionale in fratti semplici . . . . .	"	444
84. Integrazione elementare di alcune funzioni irra- zionali . . . . .	"	446
85. Integrali abeliani . . . . .	"	448
86. Integrazione di alcune funzioni trascendenti ele- mentari . . . . .	"	449
87. Calcolo degli integrali definiti . . . . .	"	430
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	452
Risoluzione dei problemi del capitolo 10 . . . . .	"	454
Errori tipici . . . . .	"	496

#### Capitolo 11. — Serie di funzioni

88. Successioni di funzioni . . . . .	"	497
89. Serie di funzioni . . . . .	"	500
90. Serie di Taylor . . . . .	"	502
91. Serie di potenze . . . . .	"	504
92. Sviluppi in serie di potenze di alcune funzioni elementari . . . . .	"	506
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	509
Risoluzione dei problemi del capitolo 11 . . . . .	"	510
Errori tipici . . . . .	"	523

#### Capitolo 12. — Primi cenni sulle equazioni differenziali lineari

93. Generalità sulle equazioni differenziali lineari . . .	"	524
94. Equazioni lineari di primo ordine omogenee . . .	"	527
95. Equazioni lineari di secondo ordine omogenee . .	"	529
96. Funzioni goniometriche . . . . .	"	531
97. Risoluzione di un'equazione differenziale lineare omogenea a coefficienti costanti . . . . .	"	532
98. Equazioni differenziali lineari non omogenee . . .	"	534
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	536

#### Appendice

99. Le funzioni elementari in campo complesso . . .	"	539
100. Cenni sulle funzioni complesse di variabile com- plesse . . . . .	"	542
101. Cenni sui polinomi . . . . .	"	544
Risoluzione dei problemi del capitolo 12 . . . . .	"	545
Errori tipici . . . . .	"	568

## Capitolo 13. — Cenni sulle equazioni alle differenze finite

102. Generalità sulle equazioni alle differenze finite . .	"	569
103. Proprietà delle equazioni alle differenze finite lineari . . . . .	"	572
104. Risoluzione delle equazioni alle differenze finite lineari a coefficienti costanti . . . . .	"	574
Problemi di ricapitolazione . . . . .	"	578
Risoluzione dei problemi del capitolo 13 . . . . .	"	579
Errori tipici . . . . .	"	588
Indice delle tabelle . . . . .	"	589
Indice analitico . . . . .	"	591