

franco conti

calcolo

teoria e applicazioni

McGraw-Hill Libri Italia srl

Milano • New York • St. Louis • San Francisco • Oklahoma City • Auckland
Bogotá • Caracas • Hamburg • Lisboa • London • Madrid • Montreal • New Delhi
Paris • San Juan • São Paulo • Singapore • Sidney • Tokyo • Toronto

Prefazione XI

Capitolo 1 Serie e successioni numeriche 1

- 1.1 Motivazioni e preliminari 1
- 1.2 Serie a termini positivi 6
 - Sommatorie 6
 - Esercizi 10
 - Successioni 11
 - Esercizi 14
 - Convergenza delle serie a termini positivi 15
 - Criteri di convergenza 23
 - Esercizi 31
- 1.3 Serie a termini di segno variabile 39
 - Serie a segno alterno 41
 - Convergenza assoluta 44
 - Esercizi 49
- 1.4 Limite delle successioni 52
 - Definizione di limite 55
 - Teoremi fondamentali sui limiti 59
 - Un limite notevole 62
 - Serie asintoticamente equivalenti 63
 - Esercizi 64
- 1.5 Applicazioni geometriche. Teorema delle contrazioni. 75
 - Equazioni alle differenze 69
 - Spezzate a spirale 69
 - Rettangoli aurei 74
 - Trasformazioni contrattive e teorema delle contrazioni 75
 - Equazioni lineari alle differenze 79
 - Iterazioni e ricorsività 81
 - Esercizi 86

Capitolo 2 Serie di potenze 89

- 2.1 Serie di potenze a coefficienti reali 90
 - Raggio di convergenza 92
 - Funzione esponenziale 94

- Funzioni trigonometriche 97
- Funzione logaritmo 97
- Esercizi 98
- 2.2 Serie di potenze a coefficienti complessi 101
 - Convergenza delle serie di numeri complessi 101
 - Funzione esponenziale complessa 105
 - Esercizi 108
- 2.3 Moltiplicazione di serie 110
 - Esercizi 115
- 2.4 Le funzioni generatrici e le loro applicazioni 116
 - Ancora sui numeri di Fibonacci 117
 - Un problema di Eulero e altri problemi combinatori 119
 - Problemi di collocazione 122
 - Analisi probabilistica di un semplice algoritmo 125
 - Esercizi 127
- 2.5 Complementi 129
 - I numeri complessi 129
 - Esercizi 133
 - Una formula di Eulero 135

Capitolo 3 I concetti fondamentali del calcolo infinitesimale 141

- 3.1 Definizione e prime proprietà dell'integrale 141
 - Introduzione 141
 - Definizione di integrale 145
 - Criteri di integrabilità 149
 - Alcune proprietà dell'integrale 152
 - Esercizi 155
- 3.2 Definizione e prime proprietà della derivata 157
 - Funzioni infinitesime 159
 - La derivata in un punto 161
 - Continuità delle funzioni derivabili 163
 - La funzione derivata 165
 - Teorema di derivazione per serie 167
 - Derivate successive e principio di identità delle serie di potenze 170
 - Serie di potenze ed equazioni differenziali 172
 - Esercizi 176
- 3.3 Il teorema fondamentale del calcolo 178
 - La funzione integrale 178
 - Teorema di integrazione per serie 179
 - Esercizi 184
- 3.4 Una semplice applicazione fisica: il lavoro 186
 - Una caratterizzazione dell'integrale 187

Lavoro compiuto da una forza	188
Esercizi	190

Capitolo 4 Calcolo differenziale 193

4.1 La continuità e i limiti	193
Funzioni continue	193
Proprietà dei limiti	197
Esercizi	203
4.2 Proprietà di alcune funzioni elementari	204
Le funzioni esponenziale e logaritmo	204
Le funzioni trigonometriche	208
Alcuni limiti notevoli	210
Esercizi	211
4.3 Proprietà delle funzioni continue	213
Funzioni continue sugli intervalli chiusi	213
Esercizi	216
4.4 Regole di derivazione	216
Esercizi	222
4.5 Studio del grafico di una funzione	224
Massimi e minimi, studio locale del grafico	224
Massimi e minimi, studio globale	226
Alcune applicazioni	228
La convessità	232
Funzioni iperboliche	236
Studio del grafico di una funzione	239
Esercizi	244
4.6 Polinomi e serie di Taylor	248
La serie binomiale	252
Infinitesimi e infiniti	256
La regola di De L'Hôpital	261
Esercizi	263

Capitolo 5 Calcolo differenziale per funzioni di più variabili 269

Funzioni di due o più variabili	269
Derivate parziali	274
Derivata direzionale	277
Piano tangente, retta normale	279
Differenziale	281
Derivate successive	281
Funzioni composte	282

- Formula di Taylor 286
- Massimi e minimi 287
- Esercizi 290

Capitolo 6 Calcolo integrale 297

- 6.1 Funzioni integrabili 297
 - Continuità uniforme 297
 - Integrabilità delle funzioni continue 300
 - Esercizi 304
- 6.2 Regole di integrazione 305
 - Integrazione delle funzioni razionali 312
 - Esercizi 316
- 6.3 Curve rettificabili 318
 - Esercizi 322
- 6.4 Integrali impropri e integrali dipendenti da parametro 324
 - Funzione gamma 327
 - Integrali di Dirichlet e di Fresnel 327
 - Criterio integrale per la convergenza delle serie 329
 - Integrali dipendenti da parametro 332
 - Integrali impropri dipendenti da parametro. Convergenza dominata 334
 - Alcune proprietà della funzione gamma 338
 - Esercizi 340
- 6.5 Complementi 343
 - La formula di Stirling 343
 - Il prodotto infinito di Wallis 344

Capitolo 7 Equazioni differenziali 347

- 7.1 Equazioni del primo ordine 348
 - Teorema di esistenza e di unicità 353
 - Analisi qualitativa delle soluzioni 356
 - Equazioni autonome 360
 - Risoluzione analitica 361
 - Equazioni a variabili separabili 361
 - Equazioni esatte 363
 - Esercizi 365
- 7.2 Equazioni differenziali lineari 369
 - Riduzione dell'ordine 373
 - Equazioni a coefficienti costanti 374
 - L'equazione non omogenea 375
 - Comportamento qualitativo per $t \rightarrow +\infty$ 377
 - Esercizi 378

- 7.3 Complementi 379
Dimostrazione del teorema di esistenza e di unicità 379
Prolungabilità della soluzione 384
Dipendenza continua dai dati 387

Capitolo 8 Sistemi di equazioni differenziali 389

- Stabilità e stabilità asintotica 390
Sistemi lineari omogenei a coefficienti costanti 392
Classificazione dei punti critici e della stabilità 393
Esercizi 402
Il teorema di linearizzazione 403
Esercizi 408
Integrali primi 409
Esercizi 415
Cicli limite 415
Esercizi 418

Capitolo 9 Applicazioni delle equazioni differenziali 421

- 9.1 Vibrazioni lineari 421
Esercizi 426
Circuito RCL 427
Esercizi 429
9.2 Modelli di popolazione 431
Equazione logistica 431
Crescita logistica con prelievo costante 433
Esercizi 434
Epidemia SIS 435
Epidemia SIR 436
Due specie in competizione 437
Modello preda-predatore 439
Esercizi 444
9.3 Curve di inseguimento 444
Esercizi 449

Capitolo 10 Funzioni implicite 451

- Dimostrazione del teorema di Dini 10.1 453
Altre estensioni del teorema di Dini 456
Invertibilità locale di applicazioni 457
Massimi e minimi vincolati 461
Esercizi 466

Capitolo 11 Elementi di teoria delle curve 471

- 11.1 Curve piane 473
 - Vettore tangente 473
 - Curvatura e normale 476
 - Cerchio osculatore 477
 - Involuppo di una famiglia di curve piane 482
 - Evoluta e sue proprietà 486
 - Esercizi 490
- 11.2 Curve sghembe 494
 - Esercizi 496

Capitolo 12 Calcolo integrale per funzioni di più variabili 499

- 12.1 Integrali multipli 499
 - Area racchiusa da una curva piana 499
 - Area in coordinate polari 501
 - Integrali doppi 504
 - Proprietà degli integrali multipli 505
 - Baricentro, momenti d'inerzia 509
 - Il teorema di Pappo 511
 - Potenziale e campi di forza 512
 - Esercizi 515
- 12.2 Forme differenziali 516
 - Integrali curvilinei 518
 - Proprietà degli integrali curvilinei 519
 - Formula di Gauss-Green 520
 - Cambiamento di variabile negli integrali doppi 524
 - Area di una superficie 527
 - Integrali superficiali 529
 - Esercizi 533

Appendice 539

- Proprietà dei numeri reali 539
- Proprietà della addizione e della moltiplicazione 539
- Proprietà dell'ordinamento 540
- Radice quadrata e valore assoluto 541
- Proprietà di continuità del sistema dei numeri reali 542
- Il principio di induzione 546

Risoluzione degli esercizi 551**Indice analitico 593**