

**franco conti**

**calcolo**

**teoria e applicazioni**

---

**McGraw-Hill Libri Italia srl**

---

Milano • New York • St. Louis • San Francisco • Oklahoma City • Auckland  
Bogotá • Città del Capo • Hamburg • Lisboa • London • Madrid • Montreal • New Delhi  
Parigi • San Juan • São Paulo • Singapore • Sidney • Tokyo • Toronto

# Indice

---

Prefazione XI

**Capitolo 1 Serie e successioni numeriche 1**

- 1.1 Motivazioni e preliminari 1
- 1.2 Serie a termini positivi 6
  - Sommatorie 6
  - Esercizi 10
  - Successioni 11
  - Esercizi 14
  - Convergenza delle serie a termini positivi 15
  - Criteri di convergenza 23
  - Esercizi 31
- 1.3 Serie a termini di segno variabile 39
  - Serie a segno alterno 41
  - Convergenza assoluta 44
  - Esercizi 49
- 1.4 Limite delle successioni 52
  - Definizione di limite 53
  - Teoremi fondamentali sui limiti 59
  - Un limite notevole 62
  - Serie asintoticamente equivalenti 63
  - Esercizi 64
- 1.5 Applicazioni geometriche. Teorema delle contrazioni.
  - Equazioni alle differenze 69
  - Spezzate a spirale 69
  - Rettangoli aurei 74
  - Trasformazioni contrattive e teorema delle contrazioni 75
  - Equazioni lineari alle differenze 79
  - Iterazioni e ricorsività 81
  - Esercizi 86

**Capitolo 2 Serie di potenze 89**

- 2.1 Serie di potenze a coefficienti reali 90
  - Raggio di convergenza 92
  - Funzione esponenziale 94

- Funzioni trigonometriche 97
- Funzione logaritmo 97
- Esercizi 98
- 2.2 Serie di potenze a coefficienti complessi 101
  - Convergenza delle serie di numeri complessi 101
  - Funzione esponenziale complessa 105
  - Esercizi 108
- 2.3 Moltiplicazione di serie 110
  - Esercizi 115
- 2.4 Le funzioni generatrici e le loro applicazioni 116
  - Ancora sui numeri di Fibonacci 117
  - Un problema di Eulero e altri problemi combinatori 119
  - Problemi di collocazione 122
  - Analisi probabilistica di un semplice algoritmo 125
  - Esercizi 127
- 2.5 Complementi 129
  - I numeri complessi 129
  - Esercizi 133
  - Una formula di Eulero 135

### **Capitolo 3 I concetti fondamentali del calcolo infinitesimale 141**

- 3.1 Definizione e prime proprietà dell'integrale 141
  - Introduzione 141
  - Definizione di integrale 145
  - Criteri di integrabilità 149
  - Alcune proprietà dell'integrale 152
  - Esercizi 155
- 3.2 Definizione e prime proprietà della derivata 157
  - Funzioni infinitesime 159
  - La derivata in un punto 161
  - Continuità delle funzioni derivabili 163
  - La funzione derivata 165
  - Teorema di derivazione per serie 167
  - Derivate successive e principio di identità delle serie di potenze 170
  - Serie di potenze ed equazioni differenziali 172
  - Esercizi 176
- 3.3 Il teorema fondamentale del calcolo 178
  - La funzione integrale 178
  - Teorema di integrazione per serie 179
  - Esercizi 184
- 3.4 Una semplice applicazione fisica: il lavoro 186
  - Una caratterizzazione dell'integrale 187

---

Lavoro compiuto da una forza 188  
Esercizi 190

**Capitolo 4 Calcolo differenziale 193**

- 4.1 La continuità e i limiti 193
  - Funzioni continue 193
  - Proprietà dei limiti 197
  - Esercizi 203
- 4.2 Proprietà di alcune funzioni elementari 204
  - Le funzioni esponenziale e logaritmo 204
  - Le funzioni trigonometriche 208
  - Alcuni limiti notevoli 210
  - Esercizi 211
- 4.3 Proprietà delle funzioni continue 213
  - Funzioni continue sugli intervalli chiusi 213
  - Esercizi 216
- 4.4 Regole di derivazione 216
  - Esercizi 222
- 4.5 Studio del grafico di una funzione 224
  - Massimi e minimi, studio locale del grafico 224
  - Massimi e minimi, studio globale 226
  - Alcune applicazioni 228
  - La convessità 232
  - Funzioni iperboliche 236
  - Studio del grafico di una funzione 239
  - Esercizi 244
- 4.6 Polinomi e serie di Taylor 248
  - La serie binomiale 252
  - Infinitesimi e infiniti 256
  - La regola di De L'Hôpital 261
  - Esercizi 263

**Capitolo 5 Calcolo differenziale per funzioni di più variabili 269**

- Funzioni di due o più variabili 269
- Derivate parziali 274
- Derivata direzionale 277
- Piano tangente, retta normale 279
- Differenziale 281
- Derivate successive 281
- Funzioni composte 282

- Formula di Taylor 286
- Massimi e minimi 287
- Esercizi 290

## Capitolo 6 Calcolo integrale 297

- 6.1 Funzioni integrabili 297
  - Continuità uniforme 297
  - Integrabilità delle funzioni continue 300
  - Esercizi 304
- 6.2 Regole di integrazione 305
  - Integrazione delle funzioni razionali 312
  - Esercizi 316
- 6.3 Curve rettificabili 318
  - Esercizi 322
- 6.4 Integrali impropri e integrali dipendenti da parametro 324
  - Funzione gamma 327
  - Integrali di Dirichlet e di Fresnel 327
  - Criterio integrale per la convergenza delle serie 329
  - Integrali dipendenti da parametro 332
  - Integrali impropri dipendenti da parametro. Convergenza dominata 334
  - Alcune proprietà della funzione gamma 338
  - Esercizi 340
- 6.5 Complementi 343
  - La formula di Stirling 343
  - Il prodotto infinito di Wallis 344

## Capitolo 7 Equazioni differenziali 347

- 7.1 Equazioni del primo ordine 348
  - Teorema di esistenza e di unicità 353
  - Analisi qualitativa delle soluzioni 356
  - Equazioni autonome 360
  - Risoluzione analitica 361
  - Equazioni a variabili separabili 361
  - Equazioni esatte 363
  - Esercizi 365
- 7.2 Equazioni differenziali lineari 369
  - Riduzione dell'ordine 373
  - Equazioni a coefficienti costanti 374
  - L'equazione non omogenea 375
  - Comportamento qualitativo per  $t \rightarrow +\infty$  377
  - Esercizi 378

- 
- 7.3 Complementi 379
    - Dimostrazione del teorema di esistenza e di unicità 379
    - Prolungabilità della soluzione 384
    - Dipendenza continua dai dati 387

## **Capitolo 8 Sistemi di equazioni differenziali 389**

- Stabilità e stabilità asintotica 390
- Sistemi lineari omogenei a coefficienti costanti 392
- Classificazione dei punti critici e della stabilità 393
- Esercizi 402
  - Il teorema di linearizzazione 403
  - Esercizi 408
  - Integrali primi 409
  - Esercizi 415
  - Cicli limite 415
  - Esercizi 418

## **Capitolo 9 Applicazioni delle equazioni differenziali 421**

- 9.1 Vibrazioni lineari 421
  - Esercizi 426
  - Circuito RCL 427
  - Esercizi 429
- 9.2 Modelli di popolazione 431
  - Equazione logistica 431
  - Crescita logistica con prelievo costante 433
  - Esercizi 434
  - Epidemia SIS 435
  - Epidemia SIR 436
  - Due specie in competizione 437
  - Modello preda-predatore 439
  - Esercizi 444
- 9.3 Curve di inseguimento 444
  - Esercizi 449

## **Capitolo 10 Funzioni implicite 451**

- Dimostrazione del teorema di Dini 10.1 453
- Altre estensioni del teorema di Dini 456
- Invertibilità locale di applicazioni 457
- Massimi e minimi vincolati 461
- Esercizi 466

**Capitolo 11 Elementi di teoria delle curve 471**

- 11.1 Curve piane 473
  - Versore tangente 473
  - Curvatura e normale 476
  - Cerchio osculatore 477
  - Involuppo di una famiglia di curve piane 482
  - Evoluta e sue proprietà 486
  - Esercizi 490
- 11.2 Curve sghembe 494
  - Esercizi 496

**Capitolo 12 Calcolo integrale per funzioni di più variabili 499**

- 12.1 Integrali multipli 499
  - Area racchiusa da una curva piana 499
  - Area in coordinate polari 501
  - Integrali doppi 504
  - Proprietà degli integrali multipli 505
  - Baricentro, momenti d'inerzia 509
  - Il teorema di Pappo 511
  - Potenziale e campi di forza 512
  - Esercizi 515
- 12.2 Forme differenziali 516
  - Integrali curvilinei 518
  - Proprietà degli integrali curvilinei 519
  - Formula di Gauss-Green 520
  - Cambiamento di variabile negli integrali doppi 524
  - Area di una superficie 527
  - Integrali superficiali 529
  - Esercizi 533

**Appendice 539**

- Proprietà dei numeri reali 539
- Proprietà della addizione e della moltiplicazione 539
- Proprietà dell'ordinamento 540
- Radice quadrata e valore assoluto 541
- Proprietà di continuità del sistema dei numeri reali 542
- Il principio di induzione 546

**Risoluzione degli esercizi 551**

**Indice analitico 593**