

FRANCESCO GHERARDELLI

LUIGI ANTONIO ROSATI

GIUSEPPE TOMASSINI

LEZIONI DI GEOMETRIA

VOLUME SECONDO



PADOVA

CEDAM - CASA EDITRICE DOTT. ANTONIO MILANI

1980

INDICE

PARTE I. ALGEBRA LINEARE

Capitolo 1. Struttura degli endomorfismi di uno spazio vettoriale.

1.1. A-moduli. Spazi vettoriali su un campo	5
1.2. Autovettori e autovalori	6
1.3. Il polinomio caratteristico	9
1.4. Diagonalizzazione di endomorfismi	10
1.5. Riduzione di endomorfismi a forma triangolare	13
1.6. Il polinomio minimo di un endomorfismo di una matrice	15
1.7. Il teorema di Hamilton-Cayley	16
1.8. Il polinomio invariante. Spazi ciclici	17
1.9. Sottospazi invarianti. Il primo teorema di riduzione	20
1.10. Il secondo teorema di riduzione	21
1.11. Forme canoniche razionali	26
1.12. Forme canoniche di Jordan	28

Capitolo 2. Forme di secondo grado.

2.1. Forme bilineari, forme sesquilineari	32
2.2. Applicazioni bilineari, sesquilineari e matrici	36
2.3. Automorfismi delle forme bilineari e sesquilineari	38
2.4. Somme ortogonali, basi ortogonali	40
2.5. Forme bilineari simmetriche. Forme hermitiane. Basi ortogonali	41
2.6. Forme bilineari sopra campi ordinati	45
2.7. Spazi iperbolici	48
2.8. Forme alternanti	50
2.9. Forme quadratiche	52
2.10. Aggiunta di un endomorfismo	54
2.11. Spazi vettoriali unitari. Autovettori di endomorfismi normali	55
2.12. Il teorema spettrale complesso	57
2.13. Il teorema spettrale reale	59

PARTE II. TOPOLOGIA GENERALE

Capitolo 1. Spazi topologici.

1.1. Topologie su un insieme	65
1.2. Basi. Assiomi di numerabilità. Assiomi di separazione	73
1.3. Spazi metrici completi. Teorema di Baire	79
1.4. Topologia prodotto e topologia quoziente	86

Capitolo 2. Spazi connessi. Spazi compatti.

2.1. Spazi connessi, spazi connessi per archi, spazi localmente connessi	95
2.2. Spazi quasi compatti e spazi compatti	104
2.3. Spazi metrici compatti	112
2.4. Spazi localmente compatti. Compattificazione di Alexandroff	117

Capitolo 3. Complementi.

3.1. La topologia di Zariski	121
3.2. Algebre di funzioni continue	123
3.3. $\mathbb{R}^n$ e $\mathbb{P}^n$	125
3.4. Gruppi topologici	131
3.5. Le Grassmanniane	133
3.6. Esercizi	135

PARTE III. IL GRUPPO FONDAMENTALE E GLI SPAZI DI RIVESTIMENTO

Capitolo 1. Il gruppo fondamentale.

1.1. Omotopia	145
1.2. Il gruppo fondamentale: sua definizione	148
1.3. Dipendenza del gruppo fondamentale dal punto base	153
1.4. Gruppo fondamentale e applicazioni continue	153
1.5. Rivestimenti	155

Capitolo 2. Complementi.

2.1. Il gruppo fondamentale della circonferenza	161
2.2. Gruppo fondamentale di spazi prodotto	164
2.3. Quozienti per gruppi discontinui: loro gruppo fondamentale	165
2.4. Gruppi liberi. Prodotti liberi di gruppi	166

2.5. Presentazione di un gruppo con generatori e relazioni.	168
2.6. Il teorema di Seifert e Van Kampen	168
2.7. Applicazioni del teorema di Seifert e Van Kampen.	169
2.8. I nodi	171
2.9. I grafi	176

PARTE IV. ELEMENTI DI GEOMETRIA DIFFERENZIALE DELLE CURVE E DELLE SUPERFICIE

Capitolo 1. Le curve differenziabili.

1.1. Il teorema della funzione inversa	181
1.2. Curve differenziabili e campi di vettori	184
1.3. L'ascissa curvilinea. Formule di Frénet e Serret	189
1.4. Un sistema completo di invarianti per le curve.	208

Capitolo 2. Le superficie differenziabili di $\mathbb{R}^3$.

2.1. Definizioni. Esempi	212
2.2. Piano tangente, versore normale. Orientazione	216
2.3. Le superficie come spazi metrici.	220
2.4. Superficie rigate differenziabili, Superficie sviluppabili	225

Capitolo 3. Curve su una superficie differenziabile.

3.1. Curvatura geodetica e curvatura normale	234
3.2. Curve geodetiche.	239
3.3. Proprietà estrema delle geodetiche	242
3.4. Coordinate geodetiche	246
3.5. Parallelismo geodetico	249

Capitolo 4. Curvature di una superficie differenziabile.

4.1. Curvature principali. Curvatura media e curvatura totale	253
4.2. Tangenti e linee asintotiche.	258
4.3. Le formule di Gauss e Weingarten e il "Teorema Egregium" di Gauss	261
4.4. Le superficie minimali	266

Capitolo 5. Varietà differenziabili.

5.1. Definizioni ed esempi.	270
5.2. Lo spazio tangente.	272
5.3. Varietà riemanniane.	273
5.4. Complementi ed esercizi.	277

PARTE V. FUNZIONI ANALITICHE. CURVE ALGEBRICHE PIANE

Capitolo 1. Nozioni sulle funzioni analitiche di una variabile.

1.1. L'algebra delle serie di potenze.	289
1.2. Funzioni analitiche di una variabile complessa.	292
1.3. Funzioni olomorfe.	295
1.4. La formula di Cauchy.	300

Capitolo 2. Curve algebriche piane.

2.1. Risultante di due polinomi	305
2.2. Divisibilità per polinomi di più variabili	311
2.3. Le curve algebriche piane	312
2.4. I rami di una curva algebrica piana	314
2.5. Tangenti. Punti singolari	320
2.6. Il teorema di Bézout	326
2.7. Complementi ed esercizi.	330

Indice analitico	343
-----------------------------------	------------