

Leone Corradi Dell'Acqua

# **Meccanica delle strutture**

**Le teorie strutturali  
e il metodo degli elementi finiti**

**Seconda edizione**



# Indice

---

<b>Notazione e simbologia</b>	XI
Notazione matriciale . . . . .	XI
Notazione tensoriale . . . . .	XIII
Operazioni tensoriali in notazione matriciale . . . . .	XV
 <b>7 La teoria delle travi</b>	1
7.1 Le teorie strutturali . . . . .	1
7.2 Cinematica e statica della trave piana (rettilinea) . . . . .	2
7.2.1 Modello cinematico . . . . .	3
7.2.2 Definizione delle variabili statiche corrispondenti . . . . .	5
7.2.3 Le condizioni di equilibrio . . . . .	7
7.2.4 Considerazioni e commenti . . . . .	10
7.3 Il comportamento elastico . . . . .	10
7.3.1 Il legame elastico-lineare e isotropo per la trave . . . . .	10
7.3.2 Formulazione del problema elastico . . . . .	13
7.3.3 L'equazione della linea elastica . . . . .	18
7.3.4 Le equazioni di Müller-Breslau . . . . .	27
7.3.5 Aspetti energetici del comportamento di travi elastiche . .	34
7.3.6 Considerazioni sul modello di trave . . . . .	39
7.4 Il limite elastico . . . . .	40
7.5 La trave elasto-plastica . . . . .	43
7.5.1 Flessione retta . . . . .	43
7.5.2 Un esempio di calcolo . . . . .	49
7.6 Aste presso-inflesse . . . . .	51
7.6.1 Necessità di rimuovere l'ipotesi di piccoli spostamenti .	51
7.6.2 L'equilibrio della trave nella configurazione deformata .	55
7.6.3 La trave elastica . . . . .	57
7.6.4 Considerazioni conclusive . . . . .	65
Bibliografia . . . . .	66

---

<b>8 Profili aperti in parete sottile</b>	<b>69</b>
8.1 Limiti del principio di equivalenza elastica . . . . .	69
8.2 Torsione elastica di profili aperti in parete sottile . . . . .	70
8.2.1 Torsione non uniforme . . . . .	70
8.2.2 Rigidità torsionali di profili aperti . . . . .	79
8.2.3 L'equazione della torsione . . . . .	81
8.3 La teoria delle aree settoriali . . . . .	90
8.3.1 Relazioni cinematiche e statiche . . . . .	90
8.3.2 Il comportamento elastico . . . . .	101
8.3.3 Il contributo della torsione primaria . . . . .	104
8.3.4 Un esempio: la trave a C soggetta al proprio peso . . . . .	107
8.3.5 Considerazioni operative . . . . .	118
8.4 Considerazioni conclusive . . . . .	119
Bibliografia . . . . .	121
<b>9 Le piastre inflesse</b>	<b>123</b>
9.1 Le lastre piane . . . . .	123
9.1.1 Modello cinematico . . . . .	123
9.1.2 Forze e sforzi generalizzati . . . . .	125
9.1.3 Le condizioni di equilibrio . . . . .	127
9.1.4 Piastre assialsimmetriche . . . . .	133
9.2 La piastra di Kirchhoff . . . . .	138
9.2.1 Il modello flessionale . . . . .	138
9.2.2 La piastra rettangolare . . . . .	143
9.2.3 La piastra assialsimmetrica . . . . .	149
9.3 La piastra elastica . . . . .	151
9.3.1 Il legame elastico . . . . .	151
9.3.2 Il problema elastico per la piastra di Kirchhoff . . . . .	156
9.4 Alcuni esempi di soluzione . . . . .	160
9.4.1 Piastra circolare assialsimmetrica . . . . .	160
9.4.2 Le soluzioni classiche per la piastra di Kirchhoff . . . . .	167
9.5 Spostamenti moderatamente grandi . . . . .	178
9.5.1 Ipotesi cinematiche . . . . .	179
9.5.2 Le condizioni di equilibrio . . . . .	181
9.5.3 La piastra omogenea di spessore costante . . . . .	184
9.5.4 Azioni membranali costanti e spostamenti piccoli nei confronti dello spessore . . . . .	186
Bibliografia . . . . .	188

---

<b>10 Il metodo di Rayleigh-Ritz per strutture elastiche</b>	189
10.1 Stazionarietà dell'energia potenziale totale . . . . .	189
10.2 Il metodo di Rayleigh-Ritz . . . . .	193
10.2.1 Formulazione . . . . .	193
10.2.2 Cenni sui criteri di convergenza . . . . .	203
10.3 Applicazioni a problemi specifici . . . . .	208
10.3.1 La trave di Bernoulli-Eulero . . . . .	208
10.3.2 La trave di Timoshenko . . . . .	218
10.3.3 Torsione di profili aperti in parete sottile . . . . .	221
10.3.4 Piastre inflesse . . . . .	227
10.4 Considerazioni conclusive . . . . .	239
Bibliografia . . . . .	240
<b>11 Il metodo degli elementi finiti: approccio agli spostamenti</b>	241
11.1 Introduzione . . . . .	241
11.1.1 Analisi matriciale di strutture reticolari . . . . .	242
11.1.2 Le successive fasi dell'approccio agli spostamenti . . . . .	252
11.2 L'approccio agli spostamenti . . . . .	253
11.2.1 Il modello cinematico . . . . .	253
11.2.2 Forze nodali . . . . .	262
11.2.3 Cambiamento di riferimento . . . . .	267
11.2.4 Assemblaggio . . . . .	269
11.3 Analisi elastica . . . . .	275
11.3.1 Proprietà elastiche di un elemento finito . . . . .	275
11.3.2 Assemblaggio e soluzione . . . . .	279
11.3.3 Formulazione energetica del problema elastico . . . . .	284
11.4 Elementi di ordine elevato e isoparametrici . . . . .	285
11.4.1 Condizioni di convergenza del metodo . . . . .	285
11.4.2 Coordinate intrinseche . . . . .	290
11.4.3 Elementi isoparametrici . . . . .	300
11.4.4 Integrazione numerica . . . . .	306
11.4.5 Considerazioni generali sul procedimento . . . . .	308
11.4.6 Cenni sulle modalità operative . . . . .	311
11.5 Nonlinearità del materiale . . . . .	314
11.5.1 Il metodo di Newton-Raphson . . . . .	314
11.5.2 Il comportamento elastico non lineare . . . . .	318
11.5.3 I metodi delle deformazioni e degli sforzi iniziali . . . . .	319
11.5.4 Il comportamento elasto-plastico . . . . .	328
Bibliografia . . . . .	332

<b>12 Il metodo degli elementi finiti: sviluppi ulteriori</b>	<b>335</b>
12.1 Limitazioni dell'approccio agli spostamenti . . . . .	335
12.1.1 Problemi "vincolati" . . . . .	335
12.1.2 Effetti della distorsione geometrica . . . . .	337
12.1.3 Fenomeni di "locking" . . . . .	339
12.2 La formulazione "naturale" . . . . .	340
12.2.1 Moti rigidi e modi deformativi . . . . .	340
12.2.2 Sforzi generalizzati . . . . .	350
12.2.3 Relazioni con le variabili nodali . . . . .	352
12.2.4 Il comportamento elastico . . . . .	353
12.2.5 Integrazione numerica . . . . .	356
12.2.6 Integrazione completa, ridotta, selettiva . . . . .	361
12.2.7 Ricostruzione degli sforzi locali . . . . .	369
12.2.8 Considerazioni conclusive . . . . .	372
12.3 Metodi misti . . . . .	373
12.3.1 Approccio basato sul teorema di Hellinger-Reissner . . . . .	373
12.3.2 Ulteriori approcci misti . . . . .	383
12.4 Cenni a modelli equilibrati e ibridi . . . . .	389
12.4.1 Formulazione in termini di funzione di sforzo . . . . .	389
12.4.2 Modellazione diretta degli sforzi . . . . .	396
12.5 Considerazioni conclusive . . . . .	398
Bibliografia . . . . .	399
<b>A Esercizi</b>	<b>401</b>
<b>B Soluzioni degli esercizi proposti</b>	<b>425</b>
<b>Indice analitico</b>	<b>449</b>