

Haim Brezis

Université Pierre et Marie Curie
et École Polytechnique

Analisi Funzionale

Teoria e applicazioni

Con un'appendice su
Integrazione Astratta
di Carlo Sbordone

Liguori Editore

Indice

Notazioni	pag.	IX
Spazi funzionali		XI
Introduzione		XII
Presentazione di Enrico Magenes		XIII
Avvertenze		XV
Capitolo 1. — I teoremi di Hahn-Banach. Introduzione alla teoria delle funzioni convesse coniugate		
1.1. Forma analitica del teorema di Hahn-Banach: prolungamento di forme lineari	pag.	1
1.2. Forme geometriche del teorema di Hahn-Banach. Separazione di insiemi convessi.		5
1.3. Introduzione alla teoria delle funzioni convesse coniugate.		10
Complementi al capitolo 1		20
Capitolo 2. — I teoremi di Banach-Steinhaus e del grafico chiuso. Relazioni di ortogonalità. Operatori non limitati. Nozione di aggiunto. Caratterizzazione degli operatori suriettivi.		
II.1. Il lemma di Baire		23
II.2. Il teorema di Banach-Steinhaus		24
II.3. Teorema dell'applicazione aperta e teorema del grafico chiuso		28
II.4. Supplementare topologico. Operatori invertibili a destra (risp. a sinistra)		31
II.5. Relazioni di ortogonalità.		36
II.6. Introduzione agli operatori lineari non limitati. Definizione dell'aggiunto.		40
II.7. Caratterizzazione degli operatori ad immagine chiusa. Operatori suriettivi. Operatori limitati.		44
Complementi al capitolo 2		49
Capitolo 3. — Topologie deboli. Spazi riflessivi. Spazi separabili. Spazi uniformemente convessi		
III.1. Richiami sulla topologia meno fine che rende continue le applicazioni di una famiglia		50

VI Indice

III.2.	Definizioni e proprietà elementari della topologia debole $\sigma(E, E')$	52
III.3.	Topologia debole, insiemi convessi e operatori lineari	57
III.4.	La topologia debole $\sigma(E', E)$	59
III.5.	Spazi riflessivi	66
III.6.	Spazi separabili	72
III.7.	Spazi uniformemente convessi.	77
Complementi al capitolo 3		81
Capitolo 4. $\ast$ — Spazi L^p		83
IV.1.	Alcuni risultati fondamentali	84
IV.2.	Definizione e proprietà elementari degli spazi L^p	86
IV.3.	Riflessività. Separabilità. Duale di L^p	92
IV.4.	Convoluzione e regolarizzazione	104
IV.5.	Criterio di compattezza forte in L^p	115
Complementi al capitolo 4		121
Capitolo 5. — Gli spazi di Hilbert		
V.1.	Definizioni. Proprietà elementari. Proiezioni su un convesso chiuso	126
V.2.	Il duale di uno spazio di Hilbert	130
V.3.	Teoremi di Stampacchia e Lax-Milgram	133
V.4.	Somme Hilbertiane. Basi Hilbertiane	137
Complementi al capitolo 5		141
Capitolo 6. — Operatori compatti. Decomposizione spettrale degli operatori autoaggiunti compatti		
VI.1.	Definizioni. Proprietà elementari. Aggiunto	144
VI.2.	La teoria di Riesz-Fredholm	147
VI.3.	Spettro d'un operatore compatto	152
VI.4.	Decomposizione spettrale degli operatori autoaggiunti compatti	155
Complementi al capitolo 6		159
Capitolo 7. — Il teorema di Hille-Yosida		
VII.1.	Definizione e proprietà elementari degli operatori massimali monotoni	162
VII.2.	Risoluzione del problema d'evoluzione: $\frac{du}{dt} + Au = 0, u(0) = u_0$	166
VII.3.	Regolarità	176
VII.4.	Il caso autoaggiunto	179

Complementi al capitolo 7	186
Capitolo 8. → Spazi di Sobolev e formulazione variazionale di problemi ai limiti in dimensione uno	
VIII.1. Motivazione	189
VIII.2. Lo spazio di Sobolev $W^{1,p}(I)$	190
VIII.3. Lo spazio $W^{1,p}_0(I)$	211
VIII.4. Alcuni esempi di problemi ai limiti	215
VIII.5. Principi del massimo	227
VIII.6. Autofunzioni e decomposizione spettrale	230
Complementi al capitolo 8	233
Capitolo 9. ← Spazi di Sobolev e formulazione variazionale dei problemi ai limiti ellittici in dimensione N	
IX.1. Definizione e proprietà elementari degli spazi di Sobolev $W^{1,p}(\Omega)$	236
IX.2. Operatori di prolungamento	249
IX.3. Disuguaglianze di Sobolev	257
IX.4. Lo spazio $W^{1,p}_0(\Omega)$	272
IX.5. Formulazione variazionale di alcuni problemi ai limiti ellittici	279
IX.6. Regolarità delle soluzioni deboli	288
IX.7. Principio del massimo	301
IX.8. Autofunzioni e decomposizione spettrale	307
Complementi al capitolo 9	309
Capitolo 10. — Problemi d'evoluzione, L'equazione del calore e l'equazione delle onde	
X.1. L'equazione del calore: esistenza, unicità e regolarità	325
X.2. Principio del massimo	336
X.3. L'equazione delle onde	339
Complementi al capitolo 10	349
Appendice — Integrazione astratta, di Carlo Sbordone	359
1. Premessa	359
2. Misure	359
3. Funzioni misurabili	373
4. Integrazione	376
5. Teoremi di convergenza	381
6. I teoremi di Fubini e Tonelli	395
7. Il teorema di Radon-Nikodym	402
Bibliografia	409
Indice analitico	417