

MAURO CERASOLI  
FRANCO EUGENI  
MARCO PROTASI

ELEMENTI DI

# MATEMATICA DISCRETA

ZANICHELLI

# Indice

## CAPITOLO 1

### CALCOLO COMBINATORIO

1	Funzioni tra insiemi finiti	1
2	Il numero di funzioni tra insiemi finiti	3
3	Le inclusioni da D in C	6
4	Il triangolo aritmetico	9
5	Potenza di un binomio	11
6	I numeri di Fibonacci	13
7	Moltiplicazioni e scomposizioni	14
8	Coefficienti multinomiali	17
9	Partizioni di un insieme finito	20
10	Numero di Stirling di seconda specie	22
11	Probabilità discreta	25
<b>Problemi</b>		27

## CAPITOLO 2

### I DISEGNI DI BLOCCHI E LE GEOMETRIE DI GALOIS

1	Introduzione	34
2	I piani di esperimenti: origini statistiche della teoria dei block design	36
3	Combinatoria dei t-disegni	38
4	Costruzioni di t-disegni	41
5	I disegni bilanciati, i disegni di Hadamard	43
6	Il caso dei sistemi di Steiner	47
7	Spazi di Galois	49
8	Piani affini, quadrati latini e quadrati greco-latini	54
9	Un'applicazione	59
10	La teoria dei k-inserti	60
11	Un esempio di piano non disarguesiano	63
<b>Problemi</b>		64

## CAPITOLO 3

### IL PRINCIPIO D'INCLUSIONE-ESCLUSIONE

1	Introduzione	60
2	La valenza	70

3	Le formule di De Silva e Sylvester	73
4	La funzione $\phi$ di Euler	75
5	Il problema dei ménage	77
6	Il polinomio cromatico di un grafo	79
7	Divergenze di Fréchet e Bonferroni	85
8	La formula di Charles Jordan	85
9	Cardinalità di polinomi booleani	87
<b>Problemi</b>		88

## CAPITOLO 4

### FUNZIONI GENERATRICI

1	Introduzione	94
2	L'alfabeto delle funzioni generatrici	95
3	Funzioni generatrici razionali	97
4	Il problema delle parentesi di Catalan	100
5	Funzioni generatrici esponenziali	101
6	Permutazioni sciolte	104
7	Partizioni di $x$ naturale	107
8	La formula di Cayley per gli alberi	111
<b>Problemi</b>		112

## CAPITOLO 5

### LA TEORIA DI POLYA-REDFIELD

1	Cicli di una permutazione	124
2	Colorazioni di una scacchiera	125
3	Un problema di enumerazione in chimica	128
4	L'equivalenza, i modelli, i pesi	129
5	L'enumeratore	131
6	Il teorema di Burnside sulle orbite	133
7	Il teorema di Polya-Redfield	135
8	L'indice dei cicli di un gruppo finito	137
9	Casi particolari	138
10	L'indice dei cicli del gruppo ciclico	140
11	Un cenno sul conteggio di grafi non riciclati	141
12	Il teorema di de Bruijn	143
<b>Problemi</b>		145

<b>CAPITOLO 6</b>			
<b>LE FUNZIONI DI MÖBIUS</b>		<b>152</b>	
1	Introduzione	152	
2	Insiemi parzialmente ordinati	153	
3	L'algebra d'inclusione	155	
4	Il teorema d'inversione	158	
5	Esempi di funzioni di Möbius	159	
6	Il problema delle cofasce	161	
7	Forma generale del principio d'inclusione-esclusione	163	
8	La formula di Rota per il polinomio cromatico	165	
9	L'algebra d'inclusione ridotta standard	167	
<b>Problemi</b>		<b>170</b>	
<b>CAPITOLO 7</b>			
<b>ELEMENTI DELLA TEORIA DEI CODICI</b>		<b>177</b>	
1	Introduzione	177	
2	I codici nella vita pratica	178	
3	Generalità sui codici	180	
4	Codici lineari. La matrice generatrice	183	
5	La matrice di controllo di un codice lineare. La sindrome	186	
6	Alcune proprietà dei codici lineari	190	
7	Un'espressione della matrice di controllo di un codice lineare	191	
8	I codici correttivi di errori: introduzione	193	
9	Codici che correggono errori, t'ere di Hamming	195	
10	I codici BCH	198	
11	I codici di Hamming e di Golay. Caratterizzazione dei codici lineari perfetti	200	
<b>Problemi</b>		<b>205</b>	
<b>CAPITOLO 8</b>			
<b>LA TEORIA DEI GRAFI</b>		<b>209</b>	
1	Introduzione alla teoria dei grafi	209	
2	Definizioni basiche di teoria dei grafi	213	
3	La rappresentazione dei grafi	215	
4	Problemi di cammino e problemi di matrici	217	
5	Gli alberi	219	
6	Cicli hamiltoniani e cammini euleriani	223	
7	Gli accoppiamenti di un grafo	225	
8	La colorazione di un grafo	228	
<b>Problemi</b>		<b>232</b>	
<b>CAPITOLO 9</b>			
<b>LA COMPLESSITÀ COMPUTAZIONALE DEI PROBLEMI</b>		<b>236</b>	
1	L'analisi computazionale degli algoritmi	236	
2	Un linguaggio per la descrizione degli algoritmi: il Siml Pascal	238	
3	Il problema della banconia e l'algoritmo zeloso	242	
4	Testabilità e instabilità computazionale	245	
5	I problemi NP-completi	247	
<b>Problemi</b>		<b>249</b>	
<b>CAPITOLO 10</b>			
<b>ALGORITMI SU GRAFI</b>		<b>251</b>	
1	La visita in profondità	251	
2	La visita in ampiezza	253	
3	Il problema della determinazione del cammino minimo	254	
4	Problemi di cammino e prodotto di matrici	257	
5	Il problema del minimo albero ricoperto	261	
6	Problemi NP-completi su grafi	263	
7	Il problema dell'isomorfismo dei grafi	269	
<b>Problemi</b>		<b>276</b>	
<b>Bibliografia</b>		<b>273</b>	
<b>Indice Analitico</b>		<b>275</b>	