

Aldo Ghizzetti - Francesco Rosati

Esercizi e complementi di analisi matematica

Volume I

MASSON 
editoriale Veschi
MILANO 1992

INDICE

Avvertenze	Pag. V
----------------------	--------

Capitolo 1 - Elementi di teoria degli insiemi

1.1 - Richiami di matematica elementare: i numeri razionali	" 1
1.2 - Numeri reali	" 2
1.3 - Operazioni sui numeri reali	" 3
1.4 - Potenze e radici dei numeri reali	" 5
1.5 - Logaritmi dei numeri reali	" 7
1.6 - Rappresentazione decimale dei numeri reali	" 8
1.7 - Sezioni del campo reale	" 10
1.8 - Misura delle grandezze; rappresentazione geometrica dei numeri reali	" 11
1.9 - Misura degli angoli	" 12
1.10 - Funzioni circolari	" 13
1.11 - Formule sui radicali e sulle progressioni aritmetiche e geometriche	" 18
1.12 - Proprietà delle disuguaglianze	" 19
1.13 - Risoluzione di equazioni e disequazioni	" 20
1.14 - Il simbolo $\sum$	" 23
1.15 - Esercizi sulla teoria degli insiemi	" 24
1.16 - Potenza degli insiemi; insiemi misurabili	" 24

Capitolo 2 - Insiemi di numeri reali

2.1 - Esercizi sugli estremi, inferiore e superiore, di un insieme di numeri reali	" 29
2.4 - Esercizi sui punti d'accumulazione	" 31
2.8 - Insiemi non numerabili; insiemi aventi la potenza del continuo	" 32
2.9 - Esempio di un insieme avente potenza superiore a quella del continuo	" 34

Capitolo 3 - Nozioni di calcolo combinatorio

3.1 - Esercizi sulle disposizioni, permutazioni, combinazioni	Pag. 37
3.7 - Permutazioni di n oggetti non tutti distinti	" 39
3.9 - Esercizi sui coefficienti binomiali	" 40
3.18 - Esercizi sulle disposizioni e combinazioni con ripetizione	" 42
3.21 - Esercizi sulla potenza di un binomio e di un polinomio	" 44
3.29 - Somme delle potenze simili dei numeri naturali	" 47
3.32 - Altri esercizi sulle permutazioni	" 49
3.37 - Prodotto di sostituzioni; sostituzioni circolari	" 50

Capitolo 4 - Funzioni di una variabile

4.1 - Esercizi sugli insiemi di definizione e sui grafici delle funzioni	" 53
4.10 - Uso di scale funzionali	" 63
4.11 - Funzioni composte e inverse	" 64

Capitolo 5 - Limiti di successioni

5.1 - Esercizi sulla definizione di limite	" 67
5.3 - Esercizi di applicazione dei teoremi sui limiti	" 69
5.7 - Esercizi sui limiti delle successioni monotone	" 71
5.12 - Media aritmetico-geometrica di due numeri positivi	" 73
5.13 - Interesse composto continuo	" 73
5.14 - Esercizi su infinitesimi ed infiniti	" 74
5.21 - Esercizi sul massimo e minimo limite	" 76
5.24 - Esercizi di applicazione dei teoremi di Cesaro	" 77

Capitolo 6 - Serie numeriche

6.1 - Esercizi sulla definizione e le prime proprietà delle serie	" 79
6.15 - Maggiorezza del resto di una serie	" 85
6.16 - Esercizi sulle serie a termini positivi	" 85
6.27 - Esercizi su convergenza assoluta: criteri	" 93
6.37 - Criterio di convergenza di Kummer	" 98
6.38 - Serie ipergeometriche	" 99
6.39 - Esercizi sui prodotti di serie	" 100
6.42 - Teorema di Mertens	" 100
6.43 - Esercizi su convergenza non assoluta: criteri	" 102
6.50 - Miglioramento della convergenza di una serie a termini di segno alterno	" 106
6.51 - Teoremi di Riemann-Dini	" 107
6.52 - Due criteri di convergenza non assoluta	" 109
6.53 - Problemi riassuntivi	" 110

Capitolo 7 - Limiti di funzioni di una variabile

7.1 - Esercizi sulla definizione di limite	Pag. 113
7.7 - Esercizi di applicazione dei teoremi sui limiti	" 117
7.14 - Esercizi sugli infinitesimi e infiniti	" 121

Capitolo 8 - Funzioni continue di una variabile

8.1 - Esercizi sulla definizione di funzione continua	" 125
8.3 - Uso del concetto di continuità nel calcolo dei limiti delle funzioni	" 126
8.9 - Esercizi sui punti singolari di una funzione	" 129
8.15 - Funzioni uniformemente continue	" 133

Capitolo 9 - Nozioni di calcolo differenziale per le funzioni di una variabile

9.1 - Esercizi sulla definizione di derivata e sulle regole di derivazione	Pag. 135
9.4 - Uso della derivata logaritmica	" 139
9.5 - Esercizi sulle tangenti a curve piane di equazione $y = f(x)$	" 140
9.6 - Esercizi sulle funzioni con singolarità nella derivata	" 141
9.13 - Esempi sui differenziali e sui metodi abbreviati di esposizione	" 146
9.14 - Funzioni iperboliche inverse e loro derivate	" 147
9.15 - Esercizi sulle derivate successive	" 147
9.22 - Cambiamento della variabile	" 151
9.23 - Polinomi di Legendre, Laguerre, Hermite	" 152
9.24 - Funzioni crescenti o decrescenti	" 153
9.25 - Esercizi sul teorema di de L'Hôpital	" 153
9.33 - Osservazioni sul teorema di de L'Hôpital	" 157
9.34 - Esercizi di ricerca del minimo e del massimo assoluto di una funzione	" 158
9.48 - Esercizi sulla concavità o convessità	" 165
9.50 - Esercizi sui grafici di polinomi	" 165
9.61 - Esercizi sui grafici di funzioni razionali	" 169
9.78 - Esercizi sui grafici di funzioni irrazionali	" 175
9.87 - Esercizi sui grafici di funzioni esponenziali e logaritmiche	" 180
9.104 - Esercizi sui grafici di funzioni trigonometriche	" 185
9.109 - Problemi riassuntivi	" 190

Capitolo 10 - Nozioni di calcolo integrale per le funzioni di una variabile

10.1 - Esercizi sulla definizione di integrale	" 193
10.4 - Valor medio di una funzione	" 195
10.7 - Esercizio di valutazione numerica di un integrale	" 197
10.8 - Esercizi di calcolo di semplici integrali indefiniti	" 198
10.19 - Esercizi sull'integrazione per parti	" 208
10.23 - Esercizi sulle formule di riduzione	" 211

10.28 - Esercizi sull'integrazione per sostituzione	Pag. 216
10.30 - Esercizi sugli integrali definiti	" 219
10.36 - Formula di Wallis	" 224
10.37 - Esercizi sul calcolo di aree	" 224
10.45 - Le funzioni integrali	" 229
10.50 - Problemi proposti	" 231

Capitolo 11 - Prime applicazioni del calcolo differenziale ed integrale

11.1 - Esercizi sulla formula di Taylor	" 233
11.9 - Esercizi sull'interpolazione polinomiale	" 238
11.14 - Risoluzione grafica di equazioni	" 239
11.16 - Esercizi sul calcolo approssimato delle radici di un'equazione	" 241
11.20 - Dimostrazione di disuguaglianze	" 242
11.23 - Esercizi sulle curve regolari	" 243
11.32 - Esercizi sulla lunghezza di un arco di curva	" 245

Capitolo 12 - Numeri complessi

12.1 - Esercizi sulle operazioni razionali con numeri complessi	" 251
12.7 - Esercizi sulla forma trigonometrica dei numeri complessi	" 252
12.15 - Costruzione geometrica dell'immagine del prodotto e del quoziente di due numeri complessi	" 256
12.16 - Una disuguaglianza notevole	" 257
12.17 - Esercizi sulle radici dei numeri complessi	" 257
12.27 - Esercizi sulla funzione esponenziale nel campo complesso	" 263
12.29 - Esercizi sulle funzioni circolari ed iperboliche nel campo complesso	" 264
12.35 - Applicazioni della formula di Eulero al calcolo di integrali	" 267
12.37 - Esercizi sui logaritmi e le potenze nel campo complesso	" 268
12.40 - Funzioni circolari inverse ed iperboliche inverse nel campo complesso	" 270

Capitolo 13 - Matrici e determinanti

13.1 - Operazioni sulle matrici	" 273
13.6 - Calcolo di determinanti	" 275
13.12 - Generalizzazione del determinante di Vandermonde	" 279
13.14 - Matrici quadrate simmetriche, emisimmetriche, hermitiane	" 281
13.16 - Prodotti di determinanti	" 282
13.17 - Matrice aggiunta e matrice inversa di una matrice quadrata	" 283
13.18 - Matrici a blocchi; il teorema di Binet	" 284
13.19 - Disuguaglianza di Cauchy	" 287
13.20 - Matrici quadrate ortogonali	" 288
13.21 - Derivata di un determinante	" 289

Capitolo 14 - Sistemi di equazioni lineari

14.1 - Esercizi sui sistemi normali	Pag. 291
14.3 - Esercizi sui sistemi non normali	" 293
14.10 - Esercizi sulla ricerca delle autosoluzioni di un sistema omogeneo	" 298
14.12 - Dipendenza ed indipendenza lineare	" 301

Capitolo 15 - Insiemi di punti di uno spazio euclideo

15.1 - Esercizi sugli insiemi di punti dello spazio euclideo $\mathbb{R}^n$	" 303
15.8 - Punti interni, esterni, di frontiera; insiemi chiusi e aperti	" 307
15.13 - Punti di accumulazione	" 308
15.17 - Insiemi densi in sé	" 309
15.18 - Dominii	" 310
15.19 - Continui limitati	" 310
15.22 - Teorema di Heine-Pincherle-Borel	" 311
15.24 - Potenza di certi insiemi dello spazio $\mathbb{R}^n$	" 312

Capitolo 16 - Funzioni di più variabili

16.1 - Esercizi sulle funzioni di due o più variabili	" 317
16.5 - Linee di livello di una superficie $z = f(x, y)$	" 321
16.7 - Esercizi sui limiti di funzioni di più variabili	" 322
16.10 - Funzioni continue	" 324
16.12 - Complementi al teorema di Weierstrass	" 325
16.13 - Funzioni semicontinue ed estensione del teorema di Weierstrass	" 326
16.14 - Esercizi proposti	" 327
16.15 - Esercizi sul massimo e minimo limite	" 327

Capitolo 17 - Calcolo differenziale per funzioni di più variabili

17.1 - Esercizi sulla derivazione parziale	" 329
17.12 - Sul teorema di invertibilità dell'ordine di derivazione parziale	" 331
17.13 - Esercizi sulle funzioni differenziabili, differenziale totale	" 332
17.15 - Esercizi sulla derivazione delle funzioni composte	" 334
17.17 - Esercizi sulla derivata secondo una direzione	" 335
17.20 - Differenziali totali successivi	" 336
17.21 - Esercizi sulla formula di Taylor	" 336
17.23 - Funzioni omogenee	" 338
17.25 - Cambiamento delle variabili	" 340
17.29 - Esercizi sulle forme quadratiche	" 343
17.30 - Un'osservazione sulle forme semidefinite	" 344
17.31 - Esercizi sui massimi e minimi delle funzioni di più variabili	" 345
17.43 - Metodo dei minimi quadrati	" 351
17.44 - Interpolazione col metodo dei minimi quadrati	" 354
17.45 - Esercizi sulle superficie regolari; piano tangente	" 355

Capitolo 18 - Funzioni implicite

18.1 - Un'osservazione sul teorema del Dini	Pag. 359
18.2 - Esercizi sulla derivazione delle funzioni implicite	" 359
18.6 - Esercizi sulle tangenti a curve del piano e dello spazio	" 361
18.12 - Esercizi sul piano tangente ad una superficie	" 363
18.15 - Dipendenza ed indipendenza funzionale	" 364
18.20 - Trasformazioni puntuali fra due piani	" 369
18.21 - Esercizi sui massimi e minimi vincolati; moltiplicatori di Lagrange	" 371
18.26 - Forme ermitiane	" 374
18.29 - Forme quadratiche vincolate	" 380
18.32 - Inviluppo di una famiglia di curve piane	" 384
18.39 - Esercizi sul raggio di curvatura	" 387