

Silvana Franciosi

Professore Associato
di Istituzioni di Algebra Superiore
nell'Università di Napoli « Federico II »

Francesco de Giovanni

Professore Ordinario
di Algebra
nell'Università di Napoli « Federico II »

ELEMENTI DI ALGEBRA

SECONDA EDIZIONE



ARACNE

INDICE

Capitolo 1
TEORIA DEGLI INSIEMI

1.1 Prime Nozioni	1
1.2 Intersezione e Unione di Insiemi	3
1.3 Differenza di Insiemi	5
1.4 Prodotto Cartesiano di Insiemi	6
1.5 Corrispondenze tra Insiemi	7
1.6 Applicazioni tra Insiemi	9
1.7 L'Assioma della Scelta	13
1.8 Composizione di Applicazioni	15
1.9 Relazioni di Equivalenza	19
1.10 Relazioni d'Ordine	22
1.11 Insiemi Naturalmente Ordinati	28
1.12 Insiemi Infiniti	35

Capitolo 2
STRUTTURE ALGEBRICHE

2.1 Operazioni in un Insieme	46
2.2 Elementi Centrali, Simmetrizzabili, Regolari	48
2.3 Struttura Quoziente	53
2.4 Omomorfismi tra Strutture Algebriche	55
2.5 Simmetrizzazione di un Semigruppo	57

Capitolo 3
I NUMERI INTERI RELATIVI

3.1 Operazioni in \mathbb{N}_0	60
3.2 I Numeri Interi Relativi	63
3.3 Aritmetica in \mathbb{Z}	69
3.4 Congruenze in \mathbb{Z}	77
3.5 Equazioni Congruenziali	81
3.6 I Numeri Razionali	84
3.7 Cenni sui Coefficienti Binomiali	88

Capitolo 4
TEORIA DEI GRUPPI

4.1 Prime Nozioni	92
4.2 Sottogruppi	94
4.3 Equivalenze in un Gruppo	97

4.4 Sottogruppi Normali e Gruppo Quoziente	100
4.5 Sottogruppi e Quozienti di $(\mathbb{Z}, +)$	104
4.6 Coniugio in un Gruppo	105
4.7 Coniugio tra Sottogruppi	108
4.8 Omoomorfismi tra Gruppi	111
4.9 Automorfismi di un Gruppo	115
4.10 Gruppi Ciclici	121
4.11 Periodo di un Elemento	126
4.12 Prodotti Diretti e Semidiretti	129
4.13 Alcuni Esempi di Gruppi	139
4.14 I Teoremi di Sylow	142
4.15 Gruppi di Permutazioni	154
4.16 Serie di un Gruppo	168
4.17 Gruppi Risolubili	171
4.18 Gruppi Nilpotenti	180
4.19 Il Sottogruppo di Frattini	187

Capitolo 5 TEORIA DEGLI ANELLI

5.1 Prime Nozioni	192
5.2 Sottoanelli e Ideali	195
5.3 Congruenze e Anello Quoziente	202
5.4 Omoomorfismi tra Anelli	208
5.5 Ideali e Quozienti di $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$	212
5.6 Immersione di un Anello in un Anello Unitario	214
5.7 Anello degli Endomorfismi di un Gruppo Abeliano	215
5.8 Campo dei Quozienti di un Dominio di Integrità	219
5.9 Caratteristica di un Anello Unitario	224
5.10 Anelli di Matrici	227
5.11 Fattorizzazione in un Dominio di Integrità	233
5.12 Anelli Fattoriali, Principali ed Euclidei	241
5.13 Anelli Noetheriani e Artiniani	247
5.14 Anelli Ordinati	250
5.15 Il Campo dei Numeri Reali	255
5.16 Estensioni Quadratiche di un Anello	264
5.17 Alcune Estensioni Quadratiche Notevoli	268
5.18 Il Corpo dei Quaternioni	271

Capitolo 6 MODULI E SPAZI VETTORIALI

6.1 Moduli su un Anello	274
6.2 Spazi Vettoriali su un Corpo	283

6.3 Dipendenza Lineare in uno Spazio Vettoriale	286
6.4 Dimensione di uno Spazio Vettoriale	290
6.5 Spazi Vettoriali di Dimensione Finita	296
Capitolo 7	
L'ANELLO DEI POLINOMI	
7.1 Costruzione dell'Anello dei Polinomi	299
7.2 Grado di un Polinomio	303
7.3 Algoritmo della Divisione	305
7.4 Fattorizzazione nell'Anello dei Polinomi	307
7.5 Radici di un Polinomio	312
7.6 Polinomi su un Anello Fattoriale	318
7.7 Alcuni Criteri di Irriducibilità	323
Capitolo 8	
TEORIA DEI CAMPI	
8.1 Elementi Algebrici	329
8.2 Estensioni Semplici	332
8.3 Estensioni Algebriche	335
8.4 Campo di Spezzamento di un Polinomio	340
8.5 Radici dell'Unità	342
8.6 Campi Finiti	344
8.7 Estensioni Normali	348
8.8 Estensioni Separabili	351
Capitolo 9	
TEORIA DEI RETICOLI	
9.1 Reticoli, Sottoreticolli, Omomorfismi	357
9.2 Reticoli di Equivalenze	363
9.3 Reticoli Modulari, Distributivi, Complementati	365
9.4 Reticoli Booleani	369
9.5 Prodotti di Reticoli	374
9.6 Problemi Reticolari in Teoria dei Gruppi	377
Indice Analitico	383