

Giulia Maria Piacentini Cattaneo

ALGEBRA

un approccio algoritmico



DECIBEL



ZANICHELLI

Indice

Prefazione	1
------------	---

Primo modulo

Capitolo 1. GLI INSIEMI

1.1. Insiemi e operazioni tra insiemi	7
1.2. Relazioni	12
1.3. Funzioni	18
1.4. I numeri naturali e il principio di induzione matematica	22
1.5. Cardinalità di insiemi	31
1.6. Calcolo combinatorio	36

Capitolo 2. I NUMERI

2.1. I numeri interi	41
2.2. Massimo comun divisore e l'algoritmo euclideo	46
2.3. Fattorizzazione in \mathbb{Z} e alcune conseguenze	52
2.4. I numeri razionali	55
2.5. I numeri di Fibonacci	59
2.6. Congruenze: prime proprietà e applicazioni	67
2.7. Risoluzione di congruenze lineari e il teorema cinese del resto	75
2.8. La funzione di Eulero e il teorema di Eulero	84
2.9. Applicazioni: numeri primi, fattorizzazioni, crittografia	90
2.10. Numerazioni in basi diverse	99
2.11. I numeri complessi	104

Capitolo 3. I POLINOMI

3.1. Funzioni polinomiali e polinomi	109
3.2. Divisione tra polinomi, MCD e fattorizzazione	114
3.3. Questioni di irriducibilità	119
3.4. I polinomi ciclotomici	131
3.5. L'equazione di terzo grado e la formula di Cardano	137
3.6. Polinomi simmetrici	143

Capitolo 4. GLI ANELLI

4.1. Prime definizioni ed esempi	151
4.2. Omomorfismi tra anelli. Ideali	158
4.3. Relazioni compatibili e ideali. Anelli quoziente	161
4.4. I teoremi di omomorfismo e di isomorfismo tra anelli	165
4.5. Ideale generato da un sottoinsieme. Ideali primi e ideali massimali	172
4.6. Campo dei quozienti di un dominio di integrità	178
4.7. Domini euclidei	179
4.8. Domini a fattorizzazione unica	186
4.9. Confronto tra gli anelli studiati e applicazioni	194
4.10. La caratteristica di un dominio di integrità	200

Secondo modulo

Capitolo 5. I GRUPPI

5.1. Prime definizioni ed esempi	205
5.2. Il gruppo simmetrico S_n	217
5.3. Classi coniugate in S_n	227
5.4. I gruppi diedrali	233
5.5. Classi laterali modulo un sottogruppo e teorema di Lagrange	237
5.6. Isomorfismo tra gruppi e il teorema di Cayley	242
5.7. Omomorfismi	246
5.8. Relazioni compatibili e sottogruppi normali. Gruppi quoziente	249
5.9. Il teorema fondamentale di omomorfismo tra gruppi e applicazioni	257
5.10. I teoremi di isomorfismo	261
5.11. L'azione di un gruppo su un insieme: orbite e stabilizzatori	264
5.12. Il teorema di Cauchy e i teoremi di Sylow	274
5.13. Il teorema di Cayley generalizzato	280
5.14. Prodotti diretti e semidiretti	282
5.15. Gruppi risolubili	289
5.16. I gruppi di simmetria delle decorazioni	293
5.17. Classificazione dei gruppi abeliani finiti	300

Capitolo 6. CAMPI E LORO ESTENSIONI

6.1. Estensioni di campi	307
6.2. Campo di spezzamento di un polinomio	321
6.3. Campi finiti	329
6.4. Il teorema di Wedderburn sui corpi finiti	334
6.5. Estensioni normali	336
6.6. Estensioni finite in caratteristica zero	339

Capitolo 7. LA TEORIA DI GALOIS

7.1. Costruzioni con riga e compasso	341
7.2. F -automorfismi di un'estensione, gruppi di Galois e campi fissati	348
7.3. Estensioni galoisiane e il teorema di corrispondenza di Galois	356
7.4. Applicazioni del teorema di corrispondenza di Galois	366
7.5. Costruzione di poligoni regolari	373
7.6. Calcolo esplicito di alcuni gruppi di Galois	377

Appendice	379
---------------------	-----

Tavola dei gruppi dei primi ordini	383
--	-----

Alfabeto greco	384
--------------------------	-----

Esercizi riassuntivi	385
--------------------------------	-----

Soluzioni degli esercizi	387
------------------------------------	-----

Dati anagrafici degli autori citati nel testo	421
---	-----

Bibliografia	423
------------------------	-----

Indice dei simboli	425
------------------------------	-----

Indice analitico	427
----------------------------	-----