

Giuseppe De Marco
professore ordinario
di Analisi matematica
all'Università di Padova

ANALISI ZERO

Questo testo è rivolto a tutti gli studenti universitari il cui piano di studi prevede esami di matematica.

La materia in esso contenuta è, o dovrebbe essere, in buona parte già nota agli studenti: ciò che per molti di essi sarà nuovo è il linguaggio con cui tale materia viene esposta. Data la grande varietà, in livello e metodi, dell'insegnamento medio attuale, si ritiene utile un testo che fornisce descrizioni rigorose dei concetti elementari su cui si fonda l'Analisi Matematica.

Il testo, in una versione preliminare, è stato usato per due anni a Padova come introduzione al corso di Analisi Matematica I per studenti di matematica e a corsi di ingegneria e scienze biologiche; è stato svolto in una decina di ore di lezione.

0. Il linguaggio degli insiemi	1
0.1. Insiemi. 0.2. Sottosinsiemi. 0.3. Insieme delle parti. 0.4. Intersezione, unione e differenza. 0.5. Definizione di un insieme mediante una proprietà caratteristica.	
1. I vari tipi di numeri	3
1.1. I numeri naturali. 1.2. I numeri interi. 1.3. I numeri razionali. 1.4. I numeri reali. 1.5. Addizione e moltiplicazione. 1.6. Elementi neutri. 1.7. Opposto. 1.8. Reciproco. 1.9. Comportamento dello zero rispetto alla moltiplicazione. Legge di annullamento del prodotto. 1.10. Sottrazione e divisione. 1.11. Sul simbolo $0/0$. 1.12. Relazioni fra opposti e reciproci. 1.13. Ordinamento totale. 1.14. Compatibilità dell'ordine con le operazioni. 1.15. Regole di calcolo con le disuguaglianze. 1.16. Valore assoluto, o modulo, di un numero reale. 1.17. Comportamento del modulo rispetto alla moltiplicazione. 1.18. Comportamento del modulo rispetto all'addizione.	
2. Geometria e numeri reali	12
2.1. Ascisse su una retta. 2.2. Intervalli di $\mathbf{R}$. 2.3. Massimi e minimi dei sottoinsiemi di $\mathbf{R}$. 2.4. Principio del buon ordinamento di $\mathbf{N}$. 2.5. Archimedèità di $\mathbf{R}$. 2.6. Divisione euclidea. 2.7. Le coordinate cartesiane nel piano. 2.8. La formula della distanza. 2.9. Coppie ordinate. 2.10. Prodotto cartesiano.	
3. Funzioni (o applicazioni). Grafici di alcune funzioni importanti	20
3.1. Definizione di funzione. 3.2. Grafico di un'applicazione. 3.3. Dominio e codominio. 3.4. Grafici utili. 3.5. Immagini dirette, funzioni suriettive. 3.6. Immagine inversa o antimmagine. 3.7. Funzioni iniettive. 3.8. Biezioni. 3.9. Funzione inversa. 3.10. Restrizioni, od applicazioni indotte. Estensioni (o prolungamenti) di applicazioni. 3.11. Potenze ad esponente intero. 3.12. Potenze come funzioni. 3.13. Funzioni monotone. Funzioni pari e dispari. 3.14. Inverse di funzioni monotone. 3.15. Monotonìa delle potenze. 3.16. Radicali. 3.17. Potenze ad esponente razionale. 3.18. Caso della negativa. 3.19. Funzioni esponenziali e potenze ad esponente reale. 3.20. Potenze ad esponente reale. 3.21. Logaritmi. 3.22. Cambiamento di base dei logaritmi. 3.23. Osservazioni su logaritmi e loro proprietà formali. 3.24. Funzioni potenza ad esponente reale. 3.25. Funzioni composte. 3.26. Composizione di suriezioni, iniezioni e biezioni. 3.27. Non commutatività delle composizioni. Caratterizzazione delle funzioni inverse. 3.28. Composizione di funzioni monotone. 3.29. Osservazione sulla terminologia.	
Esercizi ai capitoli 0, 1, 2, 3	45
4. Descrizione assiomatica di $\mathbf{R}$. Assioma di completezza	53
4.1. Il corpo ordinato $\mathbf{R}$. 4.2. Maggioranti, minoranti. Insiemi superiormente limitati, inferiormente limitati, limitati. 4.3. Estremo inferiore ed estremo superiore per un insieme di numeri reali. 4.4. Teorema. 4.5. Proprietà caratteristiche di sup ed inf. 4.6. La completezza implica l'Archimedèità. 4.7. 4.8. 4.9. 4.10. Sottogruppi additivi di $\mathbf{R}$. 4.11. Sottogruppi moltiplicativi di $\mathbf{R}^*$. 4.12. 4.13. Una condizione di suriettività per funzioni monotone.	
Esercizi al capitolo 4	
5. Funzioni circolari. Funzioni periodiche	65
5.1. Avvolgimento della retta attorno ad un circolo. 5.2. Funzioni. 5.3. Grafici. Identità trigonometriche. 5.4. Valori notevoli delle funzioni. 5.5. Funzioni arc cos e arc sin. 5.6. Funzioni tan e arc tan. 5.7. Funzioni periodiche. 5.8. Prolungamento per periodicità.	
Elenco dei simboli	74
Alfabeto greco	74
Indice analitico	75