

Luigi Amerio

ANALISI MATEMATICA

con elementi di analisi funzionale

Volume secondo

UTET

INDICE

Capitolo 1 Serie di potenze. Funzioni analitiche elementari

1. Derivazione complessa. Funzioni analitiche di una variabile	1
2. Funzioni analitiche di più variabili	9
3. Serie di Taylor e di Mac Laurin. Sviluppi di e^x , $\text{Sh } x$, $\text{Ch } x$, $\sin x$, $\cos x$	11
4. Serie di potenze nel campo complesso. Cerchio di convergenza	16
5. Analiticità della somma di una serie di potenze	23
6. Definizione di funzioni analitiche mediante prolungamento dal reale al complesso. Serie di potenze nel campo reale; integrazione per serie di potenze	29
7. Teorema di Abel. Metodi di sommazione di Poisson e di Cesaro	34
8. Sviluppi in serie di Mac Laurin di $\log(1+x)$, $(1+x)^a$, $\arctg x$, $\arcsin x$	42
9. Le funzioni analitiche e^z , $\text{Sh } z$, $\text{Ch } z$, $\sin z$, $\cos z$. Formula di Eulero. Permanenza delle proprietà analitiche	49
10. Le funzioni $\log z$ e z^a ; legami con altre funzioni analitiche.	56
11. Serie multiple. Sviluppo in serie multipla di potenze di una funzione analitica di più variabili	69

Capitolo 2 Funzioni implicite

1. Funzioni implicite di una o più variabili	77
--	----

2. Funzioni implicite di una variabile: teorema di Dini; sviluppo in serie di Taylor	82
3. Funzioni implicite di più variabili: teorema di Dini; sviluppo in serie di Taylor	101
4. Sistemi di funzioni implicite. Determinante jacobiano. Teorema di Dini; metodo di eliminazione; sviluppi in serie di Taylor	105
5. Applicazioni geometriche: tangente ad una linea, piana o spaziale; piano tangente a una superficie; involuppo di una famiglia di linee piane; studio di singolarità	113
6. Dipendenza continua delle soluzioni di equazioni, o sistemi, dai dati	137
7. Calcolo delle funzioni implicite mediante approssimazioni successive: metodo di Goursat	141
8. Massimi e minimi vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange	147

Capitolo 3 Integrazione di alcune classi di funzioni

1. Decomposizione di una funzione razionale in combinazione lineare di funzioni razionali semplici	155
2. Integrazione delle funzioni razionali	166
3. Integrali abeliani razionalizzabili. Integrazione dei differenziali binomi	169
4. Integrali ellittici	180
5. Integrazione di alcune funzioni trascendenti	191

Capitolo 4 Equazioni differenziali

1. Definizione di equazione differenziale	197
2. Formazione di equazioni differenziali	199
3. Sistemi di equazioni differenziali	204
4. Interpretazione geometrica delle equazioni e dei sistemi differenziali. Problema di Cauchy (o dei valori iniziali); problemi ai limiti; analisi qualitativa	210
5. Equazioni risolubili con quadrature	218
6. Risoluzione del problema di Cauchy per le equazioni del primo ordine, in forma normale: metodi di Cauchy-Lipschitz,	

di Peano-Picard e degli sviluppi in serie di Taylor. Prolungamento degli integrali	238
7. Estensione dei precedenti risultati ai sistemi e alle equazioni di ordine qualsiasi	256
8. Equazioni e sistemi in forma non normale	264
9. Classificazione degli integrali	269
10. Integrazione di alcuni tipi di equazioni del primo ordine in forma non normale	280
11. Integrazione di alcuni tipi di equazioni del secondo ordine	285
12. Equazioni e sistemi lineari. Forma matriciale. Principio di sovrapposizione	288
13. Sistemi lineari omogenei. Matrice wronskiana e teorema di Jacobi. Abbassamento dell'ordine	295
14. Sistemi lineari non omogenei. Metodo della variazione delle costanti arbitrarie	306
15. Equazioni lineari di ordine n	310
16. Equazioni lineari a coefficienti costanti	320
17. Equazione di Eulero	328
18. Equazione di Bessel	331
19. Problemi ai limiti lineari. Autosoluzioni e autovalori. Principio dell'alternativa	335
20. Risoluzione di un sistema con successive eliminazioni delle incognite	346

Capitolo 5 Calcolo integrale per le funzioni di più variabili

1. Misura secondo Lebesgue degli insiemi chiusi o aperti, limitati. Insiemi quadrabili	349
2. Proprietà della misura. Decomposizioni regolari	363
3. Integrale di una funzione continua in un insieme quadrabile. Proprietà dell'integrale. Teorema della media	369
4. Misura degli insiemi spaziali. Insiemi cubabili. Interpretazione geometrica dell'integrale doppio	376
5. Calcolo di un integrale doppio mediante due successive integrazioni semplici: formula di inversione dell'ordine delle integrazioni	380
6. Formula di Green. Teoremi di Stokes e della divergenza nel piano	387

7. Connessione dei campi piani. Integrazione delle forme differenziali lineari esatte in un campo piano	395
8. Integrali n -pli, con $n \geq 3$	405
9. Funzionali: funzionali di insieme; funzionali lineari	408
10. Funzionali di insieme: limite, in un punto; derivata, in un punto, rispetto alla misura secondo Peano-Jordan; il teorema fondamentale del calcolo per gli integrali multipli; funzionali additivi	412
11. Trasformazioni piane regolari; coordinate curvilinee. Cambiamento di variabili negli integrali doppi	421
12. Integrali doppi impropri	433
13. Integrali euleriani	438

Capitolo 6 Serie e Integrale di Fourier

1. Serie di Fourier associata a una funzione periodica. Successioni di funzione ortogonali	443
2. Relazioni funzionali tra le funzioni generatrici e i coefficienti di Fourier. Convoluzione	455
3. Trasformazione di Fourier. Teorema di Riemann. Relazioni funzionali tra funzioni generatrici e trasformate di Fourier. Convoluzione	463
4. Convergenza della serie di Fourier. Biunivocità della corrispondenza tra funzioni generatrici e successioni di Fourier	473
5. Definizione della serie di Fourier mediante la nozione di errore quadratico medio. Metodo dei minimi quadrati. Convergenza in media. Eguaglianza di Parseval	489
6. Integrale di Fourier. Inversione della trasformata di Fourier. Biunivocità della corrispondenza tra le funzioni generatrici e le trasformate di Fourier. Teorema di Plancherel	495

Capitolo 7 Equazioni differenziali a derivate parziali

1. Definizioni; considerazioni introduttive	505
2. Problema di Cauchy. Risoluzione per le equazioni quasi-lineari del primo ordine e per l'equazione della corda vibrante. Caratteristiche	509
3. Equazione di Laplace. Problemi ai limiti di Dirichlet e di Neumann; integrale di Poisson e di Neumann-Dini	519

4. Equazione generale della corda vibrante. Problema di propagazione; applicazione della serie di Fourier. Metodo di separazione delle variabili	525
5. Equazione del calore. Problemi di propagazione e dei valori iniziali: applicazione della serie e dell'integrale di Fourier	532
6. Classificazione delle equazioni lineari del secondo ordine a derivate parziali, in due variabili indipendenti	537

Capitolo 8 Calcolo delle variazioni

1. Esempi preliminari	539
2. Equazione di Eulero-Lagrange	544
3. La condizione di trasversalità	555
4. Problemi variazionali dipendenti da più funzioni incognite	560
5. Problemi variazionali per funzioni di più variabili	561
6. Problemi isoperimetrici	564

Capitolo 9 Superfici in forma parametrica

1. Superfici in forma parametrica. Varietà superficiali regolari; piano tangente; versore normale	571
2. Area di una superficie. Superfici di area minima	581
3. Integrali di superficie	591
4. Teorema di Stokes nello spazio. Potenziale vettore. Integrazione delle forme differenziali lineari esatte in tre variabili	593
5. Formula di Green e teorema della divergenza nello spazio	602
6. Cambiamento di variabili negli integrali multipli	606
7. Sezioni normali delle superfici e loro curvatura. Teorema di Eulero	612
8. Curvatura totale, o di Gauss, di una superficie	617
9. Elemento lineare di una superficie. Linee geodetiche	619