

C. Canuto, A. Tabacco

Analisi matematica I

**Teoria ed esercizi
con complementi in rete**

2^a edizione

Indice

1	Nozioni di base	1
1.1	Insiemi	1
1.2	Elementi di logica matematica	5
1.2.1	Connettivi logici	5
1.2.2	Predicati	7
1.2.3	Quantificatori	7
1.3	Insiemi numerici	9
1.3.1	L'ordinamento dei numeri reali	12
1.3.2	La completezza di $\mathbb{R}$	18
1.4	Fattoriali e coefficienti binomiali	19
1.5	Prodotto cartesiano	22
1.6	Relazioni nel piano	24
1.7	Esercizi	26
1.7.1	Soluzioni	27
2	Funzioni	33
2.1	Definizioni e primi esempi	33
2.2	Immagine e controimmagine	38
2.3	Funzioni suriettive e iniettive; funzione inversa	40
2.4	Funzioni monotone	43
2.5	Funzioni composte	46
2.5.1	Traslazioni, cambiamenti di scala, riflessioni	48
2.6	Funzioni elementari e loro proprietà	49
2.6.1	Funzioni elevamento a potenza	51
2.6.2	Funzioni polinomiali e razionali	53
2.6.3	Funzioni esponenziali e logaritmiche	53
2.6.4	Funzioni trigonometriche e loro inverse	54
2.7	Esercizi	59
2.7.1	Soluzioni	61

3	Limiti e continuità I	67
3.1	Intorni	67
3.2	Limiti di successioni	68
3.3	Limiti di funzioni; continuità	74
3.3.1	Limiti all'infinito	74
3.3.2	Continuità. Limiti al finito	76
3.3.3	Limiti destro e sinistro; punti di discontinuità	84
3.3.4	Limiti di funzioni monotone	87
3.4	Esercizi	89
3.4.1	Soluzioni	89
4	Limiti e continuità II	91
4.1	Teoremi sui limiti	91
4.1.1	Teoremi di unicità e permanenza del segno	91
4.1.2	Teoremi del confronto	94
4.1.3	Algebra dei limiti; forme di indeterminazione di tipo algebrico	98
4.1.4	Teorema di sostituzione	105
4.2	Altri limiti notevoli; forme indeterminate di tipo esponenziale	108
4.3	Proprietà globali delle funzioni continue	111
4.4	Esercizi	118
4.4.1	Soluzioni	120
5	Confronto locale di funzioni. Successioni e serie numeriche	127
5.1	Simboli di Landau	127
5.2	Infinitesimi ed infiniti	134
5.3	Asintoti	139
5.4	Ulteriori proprietà delle successioni	141
5.5	Serie numeriche	145
5.5.1	Serie a termini positivi	151
5.5.2	Serie a termini di segno alterno	154
5.6	Esercizi	155
5.6.1	Soluzioni	158
6	Calcolo differenziale	171
6.1	La derivata	171
6.2	Derivate di funzioni elementari. Regole di derivazione	174
6.3	Punti di non derivabilità	180
6.4	Punti di estremo e punti critici di una funzione	183
6.5	I Teoremi di Rolle e Lagrange	186
6.6	Prima e seconda formula dell'incremento finito	188
6.7	Intervalli di monotonia di una funzione	191
6.8	Derivate di ordine superiore	193
6.9	Convessità e flessi	194
6.10	Studio di funzioni	198

6.10.1	Le funzioni iperboliche	200
6.11	Il Teorema di de l'Hôpital	202
6.11.1	Applicazioni del Teorema di de l'Hôpital	204
6.12	Esercizi	206
6.12.1	Soluzioni	210
7	Sviluppi di Taylor e applicazioni	229
7.1	Le formule di Taylor	229
7.2	Sviluppi di Taylor notevoli	233
7.3	Operazioni sugli sviluppi di Taylor	240
7.4	Uso degli sviluppi di Taylor nello studio locale di una funzione	249
7.5	Esercizi	254
7.5.1	Soluzioni	256
8	Rappresentazioni del piano e dello spazio	265
8.1	Coordinate polari, cilindriche, sferiche	265
8.2	Vettori nel piano e nello spazio	268
8.2.1	Vettori applicati nell'origine	268
8.2.2	Modulo e prodotto scalare	271
8.2.3	Vettori applicati in un punto	277
8.3	Numeri complessi	278
8.3.1	Operazioni algebriche	278
8.3.2	Coordinate cartesiane	280
8.3.3	Forma trigonometrica e forma esponenziale	282
8.3.4	Potenze e radici	284
8.3.5	Equazioni algebriche	286
8.4	Curve nel piano e nello spazio	288
8.5	Cenni alle funzioni di più variabili	294
8.5.1	Continuità	294
8.5.2	Derivate parziali e gradiente	295
8.6	Esercizi	299
8.6.1	Soluzioni	301
9	Calcolo integrale I	309
9.1	Primitive e integrali indefiniti	310
9.2	Regole di integrazione indefinita	314
9.2.1	Integrazione di funzioni razionali	321
9.3	Integrali definiti	327
9.4	Integrale secondo Cauchy	328
9.5	Integrale secondo Riemann	331
9.6	Proprietà dell'integrale definito	338
9.7	Media integrale	340
9.8	Il Teorema fondamentale del calcolo integrale	342
9.9	Regole di integrazione definita	347
9.9.1	Applicazione al calcolo di aree	350

9.10 Esercizi	352
9.10.1 Soluzioni	355
10 Calcolo integrale II	367
10.1 Integrali impropri	367
10.1.1 Integrali su intervalli illimitati	367
10.1.2 Integrali di funzioni non limitate	375
10.2 Altri integrali impropri	379
10.3 Integrali curvilinei	380
10.3.1 Lunghezza di un arco e ascissa curvilinea	386
10.4 Integrali di linea	388
10.5 Esercizi	390
10.5.1 Soluzioni	392
11 Equazioni differenziali ordinarie	399
11.1 Definizioni generali	399
11.2 Equazioni del primo ordine	400
11.2.1 Equazioni a variabili separabili	404
11.2.2 Equazioni lineari	407
11.2.3 Equazioni omogenee	409
11.2.4 Equazioni del secondo ordine riconducibili al primo	411
11.3 Il problema di Cauchy per le equazioni differenziali del primo ordine	412
11.3.1 Funzioni lipschitziane	412
11.3.2 Una condizione di risolubilità del problema di Cauchy	415
11.4 Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti	417
11.5 Esercizi	423
11.5.1 Soluzioni	425
Indice analitico	443