
ETTORE CARRUCCIO

Appunti di

Storia
delle matematiche,
della logica,
della metamatematica

PITAGORA EDITRICE BOLOGNA

INDICE

Capitolo I - INTERPRETAZIONI, METODI E SCOPI DELLA STORIA DELLE MATEMATICHE

1. Come intendere la storia della scienza. 1
2. Considerazioni sulla struttura della storia delle matematiche . 2
3. Metodi. 5
4. La logica simbolica come strumento di ricerca nella storia del pensiero. 7
5. Scopi delle ricerche e degli studi nel campo della storia delle matematiche 8

Capitolo II - CENNI SULLA MATEMATICA PRE-ELLENICA

1. Lontane origini delle matematiche 10
2. La matematica dei labirinti nelle incisioni rupestri preistoriche 11
3. La matematica nell'oriente pre-ellenico 14

Capitolo III - IL PENSIERO MATEMATICO E LOGICO GRECO PRIMA DI EUCLIDE

1. Le fonti delle nostre conoscenze della matematica greca pre-euclidea 18

2. La scuola jonica.	19
3. La scuola pitagorica: la matematica come teoria deduttiva e la scoperta delle grandezze incommensurabili	21
4. Parmenide e le esigenze del rigore razionale nella matematica .	28
5. Zenone d'Elea ed i suoi paradossi	33
6. I pluralisti, in particolare Anassagora	36
7. I sofisti e le relazioni fra matematica ed esperienza sensibile	38
8. Democrito ed una fase dell'analisi infinitesimale greca	42
9. Socrate e la teoria della definizione	44
10. Platone e la filosofia della matematica	46
11. Operazioni geometriche considerate dai Greci e problemi classici della geometria.	52
12. Problema della duplicazione del cubo.	53
13. Problema della trisezione dell'angolo	56
14. Problema della quadratura del cerchio	59

Capitolo IV - LA LOGICA GRECA

1. Notizie sui diversi indirizzi della logica greca.	62
2. La logica megarico-stoica	63
3. Cenni sulla gnoseologia di Aristotele	73
4. I principi della logica aristotelica.	74
5. La definizione secondo Aristotele ed in ulteriori sviluppi del pensiero matematico	76
6. Forme tipiche dei giudizi aristotelici e regole della conversione	79
7. Sillogismi.	84
8. La concezione aristotelica della matematica come "scienza dimostrativa"	89
9. Altri aspetti della logica aristotelica	91

10. Alcune questioni matematiche trattate da Aristotele.	91
------------------------------------------------------------------	----

Capitolo V - LA MATEMATICA NEL PERIODO ELLENISTICO

1. Cenni sulla scienza e la filosofia nel periodo ellenistico . .	94
2. Sguardo generale all'opera di Euclide.	95
3. Le basi degli elementi	96
4. Alcuni teoremi degli elementi indipendenti dal V postulato . .	100
5. Teoria delle parallele e somma degli angoli di un triangolo nella geometria euclidea	104
6. Leggi delle inverse.	106
7. Angoli di contingenza e grandezze non archimedee nell'antichi- tà	110
8. Aspetti della teoria eudossiana delle proposizioni nel V° li- bro degli "Elementi"	113
9. Digressione su due modi d'intendere la definizione per astraz- zione.	117
10. Osservazioni sulla logica di Euclide	120
11. Rapporti euclidei fra grandezze e numeri reali secondo Dedekind	122
12. Richiami sull'infinito nel pensiero greco prima di Archimede .	123
13. Uno degli schemi generali del metodo di esaustione	124
14. Archimede e il metodo di esaustione.	125
15. Il metodo euristico di Archimede	129
16. Considerazioni sul pensiero di Archimede	135
17. Coniche e curve d'ordine superiore nell'era ellenistica. . . .	136

Capitolo VI - LA MATEMATICA NEL MONDO ROMANO

1. La scienza secondo l'indirizzo prevalente degli statisti roma- ni	139
-----------------------------------------------------------------------------------	-----

2. Digressione sui problemi di massimo e minimo, nelle loro relazioni con le leggi fisiche	140
3. Schemi diversi nelle dimostrazioni riguardanti massimi e minimi	142
4. Erone e la legge della riflessione della luce.	145
5. Notizie sulla teoria degli isoperimetri nell'antichità	147
6. Diofanto	149
7. Il tramonto della scienza antica	154
8. La filosofia della matematica e del linguaggio secondo S. Agostino.	155

Capitolo VII - LOGICA E MATEMATICA NEL MEDIOEVO

1. Logica scolastica ed in particolare operazioni sulle proposizioni.	160
2. Il teorema dello Pseudo-Scoto.	163
3. La logica nel pensiero di Dante.	166
4. La questione degli universali.	170
5. Prodromi nella scolastica della logica trivalente.	171
6. L'infinito nel pensiero medioevale	172
7. Cenni sulla matematica indiana ed islamica	174
8. Leonardo Pisano	176
9. Le matematiche alla fine del medioevo.	177

Capitolo VIII - RINASCIMENTO MATEMATICO ED EVOLUZIONE DELL'ALGEBRA

1. Preliminari.	181
2. Risoluzione delle equazioni di III e IV grado.	181
3. Numeri immaginari	180
4. Progressi nel simbolismo algebrico	188
5. Il problema della risoluzione delle equazioni algebriche di	

grado superiore al quarto.	189
6. Cenni sull'opera di E. Galois.	192
7. Origini e sviluppi dell'algebra astratta	193

Capitolo IX - DALLA GEOMETRIA DI CARTESIO ALLA GNOSEOLOGIA DI VICO

1. Origini della geometria analitica.	196
2. Cenni sul contributo di Fermat alla costruzione della geometria analitica	196
3. La matematica e la logica nel quadro della filosofia di Descartes	197
4. Aspetti della "Géométrie"	199
5. Le teorie deduttive secondo Pascal	201
6. La gnoseologia di G. B. Vico nelle sue relazioni con la matematica	203

Capitolo X - LE GRANDI LINEE DELLO SVILUPPO DELL'ANALISI INFINITESIMALE NELL'ERA MODERNA

1. Ricerche di carattere infinitesimale dal tardo Rinascimento alle posizioni di Galileo.	206
2. Gli indivisibili di Fra' Bonaventura Cavalieri.	211
3. Evangelista Torricelli e le origini di un teorema fondamentale di analisi infinitesimale.	214
4. Pietro Mengoli e la sua posizione critica di fronte all'infinito ed agli infinitesimi attuali.	216
5. Descartes e Fermat di fronte ai problemi infinitesimali	217
6. La sistematizzazione algebrica dell'analisi infinitesimale secondo I. Newton e G. G. Leibniz	221
7. Tre problemi nell'ambito della "characteristica universalis" di Leibniz	231

8. Cenni sopra alcuni ulteriori sviluppi dell'analisi e della problematica dell'infinito matematico. 243

Capitolo XI - DALLA GEOMETRIA PROIETTIVA ALLA GEOMETRIA ASTRATTA

1. Cenni sulle origini della geometria proiettiva 248
 2. Leggi di dualità in generale 249
 3. Leggi di dualità in geometria proiettiva 250
 4. Legge di dualità nel calcolo delle proposizioni. 253
 5. Dimensioni dello spazio ed iperspazio. 254
 6. Il programma di Erlangen e la topologia. 257
 7. Geometria astratta 261

Capitolo XII - NUOVE GEOMETRIE

1. Da una questione di carattere critico alla scoperta di nuovi mondi possibili. 263
 2. Tentativi per dimostrare il V° postulato di Euclide. 264
 3. Verso nuove geometrie. 267
 4. Dimostrazioni indipendenti dal V° postulato di Euclide. Somma degli angoli e area dei poligoni nell'ipotesi non-euclidea . . . 276
 5. Cenni sulle opere dei fondatori delle geometrie non-euclidee . 276
 6. Digressione sulle dimostrazioni di non-contraddittorietà delle teorie deduttive 283
 7. Cenni sull'indirizzo metrico differenziale delle geometrie non-euclidee 285
 8. Indirizzo metrico-proiettivo della geometria non-euclidea. . . 289
 9. Lo spazio fisico ed il concetto di universo finito ma non limitato 295
 10. Digressione sulle relazioni fra postulato di Archimede e postulati della continuità 298

Capitolo XIII - LOGICA SIMBOLICA E SISTEMAZIONE ASSIOMATICA DELLA ARITMETICA

1. Cenni sullo sviluppo della logica simbolica	306
2. Le basi dell'aritmetica secondo Peano.	307
3. Il problema dell'aritmetizzazione delle matematiche.	310
4. Le interpretazioni dei postulati dell'aritmetica di Peano.	311
5. La definizione di numero naturale secondo Frege e Russell.	314
6. Cenni sugli ulteriori sviluppi della logica dopo i "Principia mathematica"	316

Capitolo XIV - ANTINOMIE E PENSATORI MATEMATICI DI FRONTE ALLA CRISI DEI FONDAMENTI DELLA LORO SCIENZA

1. Preliminari sulle antinomie.	317
2. Antinomie moderne e loro classificazione	319
3. Cenni sul logicismo, il formalismo e l'intuizionismo	322
4. Il programma di Zermelo e cenni sugli sviluppi delle teorie assiomatiche della teoria degli assiomi	327

Capitolo XV - ASPETTI E PROBLEMI DELLA METAMATEMATICA

1. Origini e significato della metamatematica	333
2. La dimensione storica della metamatematica	335
3. Il sistema ipotetico-deduttivo	336
4. Il sistema formale di Hilbert e cenni sul teorema del Gödel sulla non-contraddittorietà	339
5. Cenni al positivismo, il "Tractatus" del Wittgenstein ed il neo-positivismo.	340
6. Nuove logiche.	344
7. Lingua esatta e sistema formale di Carnap	350

8. Proposta di un superamento del sistema formale	354
9. Sistemi razionali e mondi matematici	357
10. Le grandi linee dell'evoluzione delle teorie deduttive	359
11. Problema della non-contraddittorietà di un sistema razionale .	360
12. Esempi di problemi indecidibili.	365
13. Relazioni fra teorie deduttive e linguaggi mediante i quali si esprimono	367