

George F. Simmons
Marco Abate

Calcolo differenziale e integrale

con elementi di algebra lineare

edizione italiana a cura
di Luigi Ambrosio

McGraw-Hill Libri Italia srl

Milano • New York • St. Louis • San Francisco • Auckland • Bogotá
Caracas • Lisbona • London • Madrid • Mexico City • Montreal
New Delhi • San Juan • Singapore • Sydney • Tokyo • Toronto

Indice

Prefazione all'edizione italiana

IX

I Calcolo differenziale e integrale

1

1 Numeri, funzioni e grafici

3

- 1.1 Introduzione 3
- 1.2 La retta reale e il piano coordinato. Pitagora 4
- 1.3 Il coefficiente angolare e l'equazione della retta 13
- 1.4 Circonferenze e parabole: Cartesio e Fermat 18
- 1.5 Il concetto di funzione 25
- 1.6 Grafici di funzioni 33
- 1.7 Introduzione alla trigonometria. Le funzioni $\sin \theta$ e $\cos \theta$ 41

2 La derivata di una funzione

55

- 2.1 Cos'è il calcolo differenziale? Il problema delle tangenti 55
- 2.2 Come calcolare il coefficiente angolare di una tangente 57
- 2.3 La definizione di derivata 62
- 2.4 Velocità e tasso di cambiamento: Newton e Leibniz 66
- 2.5 Il concetto di limite. Due limiti trigonometrici 73
- 2.6 Funzioni continue. Il teorema del valor medio e altri teoremi 79

3 Il calcolo delle derivate

87

- 3.1 Derivate di polinomi 87
- 3.2 Le regole per il prodotto e il quoziente 92
- 3.3 Funzioni composte e loro derivazione 97
- 3.4 Derivate di alcune funzioni trigonometriche 101
- 3.5 Funzioni definite implicitamente ed esponenti frazionari 106
- 3.6 Derivate di ordine superiore 112

4 Applicazioni del calcolo differenziale

121

- 4.1 Funzioni crescenti e decrescenti. Massimi e minimi. 121
- 4.2 Concavità e punti di flesso 126
- 4.3 Problemi applicati di massimo e minimo 130
- 4.4 Altri problemi di massimo e minimo. La riflessione e la rifrazione 138
- 4.5 Tassi di variazione dipendenti 146
- 4.6 Il metodo di Newton per risolvere le equazioni 150
- 4.7 Applicazioni all'Economia. Analisi marginale (facoltativo) 154

5	Integrali indefiniti ed equazioni differenziali	173
5.1	Introduzione	173
5.2	Differenziali e approssimazioni con la retta tangente	173
5.3	Integrali indefiniti. Integrazione per sostituzione	180
5.4	Equazioni differenziali. Separazione delle variabili	189
5.5	Moto per gravità. Velocità di fuga e buchi neri	192
6	Integrali definiti	203
6.1	Introduzione	203
6.2	Il problema delle aree	204
6.3	Il simbolo di sommatoria e alcune somme particolari	207
6.4	L'area delimitata da un grafico. Integrali definiti. Riemann	210
6.5	Il calcolo dell'area come processo di limite	216
6.6	Il teorema fondamentale del calcolo integrale	220
6.7	Proprietà dell'integrale definito	226
7	Applicazioni del calcolo integrale	233
7.1	Introduzione: un approccio intuitivo all'integrazione	233
7.2	L'area della regione compresa tra due curve	234
7.3	Volumi: integrazione per dischi	238
7.4	Volumi: il metodo dell'anello cilindrico	243
7.5	Lunghezza di un arco	249
7.6	L'area di una superficie di rotazione	252
7.7	Lavoro ed energia	257
7.8	Forza idrostatica	264
8	Funzioni esponenziale e logaritmica	273
8.1	Introduzione	273
8.2	Un richiamo su esponenziali e logaritmi	274
8.3	Il numero e e la funzione $y = e^x$	278
8.4	La funzione logaritmo naturale $y = \ln x$. Eulero	283
8.5	Applicazioni. Crescita di popolazioni e decadimento radioattivo	292
8.6	Altre applicazioni. Crescita di popolazione in presenza di fattori inibitori	298
9	Funzioni trigonometriche	309
9.1	Ripasso di trigonometria	309
9.2	Le derivate di seno e coseno	318
9.3	Gli integrali di seno e coseno. Il problema dell'ago	323
9.4	La derivata di altre quattro funzioni	327
9.5	Le funzioni trigonometriche inverse	330
9.6	Moto armonico semplice. Il pendolo	336
9.7	Funzioni iperboliche (facoltativo)	341
10	Metodi di integrazione	353
10.1	Introduzione. Le formule di base	353
10.2	Metodo di sostituzione	356
10.3	Alcuni integrali trigonometrici	359
10.4	Sostituzioni trigonometriche	364
10.5	Il completamento dei quadrati	368
10.6	Il metodo delle frazioni parziali	370

10.7	Integrazione per parti	377
10.8	Miscellanea: integrali di vario tipo	382
10.9	Integrazione numerica. La regola di Simpson	390
11	Forme indeterminate e integrali impropri	405
11.1	Introduzione. Nuove considerazioni sul teorema del valor medio	405
11.2	La forma indeterminata $0/0$. La regola di De l'Hôpital	407
11.3	Altre forme indeterminate	411
11.4	Integrali impropri	416
11.5	La distribuzione normale. Gauss	422
12	Serie numeriche infinite	435
12.1	Cosa è una serie infinita?	435
12.2	Successioni convergenti	440
12.3	Serie convergenti	447
12.4	Proprietà generali delle serie convergenti	454
12.5	Serie a termini non negativi. Il criterio del confronto	460
12.6	Il criterio integrale. La costante di Eulero	464
12.7	Il criterio del rapporto e quello della radice	471
12.8	Il criterio di Leibniz per serie alternanti. Convergenza assoluta	474
13	Serie di potenze	495
13.1	Introduzione	495
13.2	L'intervallo di convergenza	496
13.3	Derivazione e integrazione di serie di potenze	502
13.4	Serie di Taylor e formula di Taylor	507
13.5	Uso della formula di Taylor	517
13.6	Applicazioni alle equazioni differenziali	522
13.7	Operazioni sulle serie di potenze (Facoltativo)	527
13.8	Numeri complessi e formula di Eulero (Facoltativo)	534
II	Elementi di algebra lineare	543
14	Il metodo di eliminazione di Gauss	545
14.1	Introduzione	545
14.2	Esempi e definizioni	546
14.3	Sistemi triangolari superiori	551
14.4	Il metodo d'eliminazione di Gauss	554
15	Spazi vettoriali	567
15.1	Introduzione	567
15.2	Brevi richiami di teoria degli insiemi	568
15.3	Spazi e sottospazi	574
15.4	Dipendenza e indipendenza lineare	581
15.5	Basi e dimensione	586
16	Applicazioni lineari	599
16.1	Introduzione	599
16.2	Definizioni ed esempi	600
16.3	Nucleo e immagine	609

17 Sistemi lineari	619
17.1 Introduzione	619
17.2 Sistemi a scala	620
17.3 La riduzione a scala	623
17.4 Tecniche di calcolo	627
18 Matrici e applicazioni lineari	635
18.1 Introduzione	635
18.2 Composizione e isomorfismi	636
18.3 Prodotto di matrici	640
18.4 Matrici invertibili	643
19 Cambiamenti di base	651
19.1 Introduzione	651
19.2 Matrice di cambiamento di base	652
19.3 Matrice associata a un'applicazione lineare	657
A I fondamenti del calcolo differenziale	671
A.1 Come usare i numeri reali	671
A.2 Teoremi sui limiti	675
A.3 Alcune notevoli proprietà delle funzioni continue	680
A.4 Il Teorema del valor medio	684
A.5 L'integrabilità delle funzioni continue	688
A.6 Una seconda dimostrazione del Teorema fondamentale del Calcolo integrale	692
A.7 Curve continue senza lunghezza	693
A.8 L'esistenza di $e = \lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{1/h}$	695
A.9 Funzioni che non possono essere integrate	697
A.10 La correttezza dell'integrazione per sostituzione inversa	701
A.11 Una dimostrazione del teorema delle frazioni parziali	702
A.12 Le estensioni di Raabe e Gauss del criterio del rapporto	705
A.13 Convergenza condizionale e assoluta	709
A.14 Criterio di Dirichlet	715
A.15 Convergenza uniforme delle serie di potenze	719
A.16 Divisione di serie di potenze	721
B Miscellanea	723
B.1 Il teorema binomiale	723
B.2 Principio di induzione matematica	728
Risposte agli esercizi dispari	735
Indice analitico	757