

DARIO GRAFFI

PROFESSORE DI MECCANICA RAZIONALE ALL'UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

ELEMENTI DI MECCANICA RAZIONALE

Calcolo vettoriale - Cinematica del punto e dei corpi rigidi; moti adatti - Sistemi principali fondamentali; equilibrio ed equivalenza dei sistemi di forze - Baricentro - Ricerca della condizione di quiete col metodo delle reazioni vincolari e col principio dei lavori virtuali - Statica dei fili - Dinamica: leggi e principi fondamentali - Dinamica del punto materiale libero e vincolato; dinamica rotativa - Momenti d'inerzia e caratteristiche dinamiche dei sistemi di punti - Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti e applicazioni alla dinamica dei corpi rigidi - Il principio di D'Alembert - Le equazioni di Lagrange e di Hamilton - Stabilità dell'equilibrio e del movimento - Piccole oscillazioni intorno a una posizione di equilibrio stabile - Principi variazionali e applicazioni.

*Questa edizione ridotta con la collaborazione del prof. RENATO VIGORELLI,
ordinario di Meccanica all'Università di Padova*

1962 1964
EDIZIONE DI
MECCANICA RAZIONALE
PRIMA EDIZIONE
1962 1964



PATRON EDITORE
BOLOGNA 1962

Indice

Piemonte pag. VII

Introduzione ELEMENTI DI CALCOLO VETTORIALE

§ 1. Definizione di vettore. Prime proprietà.	Pag. 3
§ 2. Prodotto di un numero per un vettore. Somma di vettori	" 5
§ 3. Prodotto scalare	" 9
§ 4. Prodotto vettoriale.	" 12
§ 5. Prodotto misto	" 14
§ 6. Rappresentazione cartesiana dei vettori.	" 15
§ 7. Relazione fra due vettori ortogonali e una formula per il doppio prodotto vettoriale.	" 21
§ 8. Vettori variabili e loro derivazione	" 23
§ 9. Applicazioni alle curve.	" 27

Parte Prima C I N E M A T I C A

Cap. I - CINEMATICA DEL PUNTO	Pag. 39
§ 1. Introduzione alla cinematica	" 39
§ 2. Velocità scalare e vettoriale.	" 44
§ 3. Accelerazione e sue proprietà.	" 47
§ 4. Studio di particolari moti rettilinei.	" 48
§ 5. Moto circolare. Moto elicoidale.	" 59
§ 6. Moti piani in coordinate polari.	" 62
Cap. II - MOTO DEI CORPI RIGIDI	" 85
§ 1. Generalità sul moto rigido	" 85
§ 2. Gli assi solidali con un corpo rigido.	" 87
§ 3. Formule di Poisson e velocità dei punti di un corpo rigido	" 89
§ 4. Moto di traslazione. Stato cinetico di traslazione	" 72
§ 5. Moto di rotazione. Stato cinetico di rotazione	" 74
§ 6. Moto di rototraslazione. Moto elicoidale. Stato cinetico elicoidale.	" 80

§ 7. Composizione degli stati cinematici.	Pag. 83
§ 8. Teoria di Mezzi. Moto rigido piano.	" 88
§ 9. Accelerazione dei punti di un corpo rigido.	" 90
Cap. III - IL MOTO RELATIVO.	" 93
§ 1. Ipostazione generale del problema.	" 93
§ 2. Teorema di composizione della velocità.	" 95
§ 3. Composizione delle accelerazioni. Esempi.	" 97
§ 4. Relazione fra le derivate di un vettore rispetto a due osservatori.	" 100
§ 5. Composizione dei movimenti. Composizione dei moti armonici.	" 101
Cap. IV - PARTICOLARI MOTI RIGIDI.	" 106
§ 1. Moto di una figura piana nel suo piano. Centri istantanei.	" 106
§ 2. Ricerca per via geometrica del centro istantaneo di rotazione.	" 108
§ 3. Rotolamento di due curve. Rulletta a base.	" 110
§ 4. Ricerca analitica della rulletta e della base.	" 114
§ 5. Accelerazione nel moto di una figura piana nel suo piano.	" 116
§ 6. Moto di un corpo rigido con un punto fisso.	" 120
§ 7. Il moto di precessione.	" 123
§ 8. Gli angoli di Eulero.	" 125

Parte Seconda S T A T I C A

Cap. I - PRINCIPI FONDAMENTALI. EQUILIBRIO DELLE FORZE.	Pag. 131
§ 1. Nozione di forza.	" 131
§ 2. Il punto materiale. Vincoli e reazioni vincolari. Principio di azione e reazione.	" 133
§ 3. Equilibrio delle forze applicate ad un punto materiale. Condizioni per la quiete di un punto materiale.	" 137
§ 4. I sistemi di forze. Loro proprietà geometriche.	" 140
§ 5. Condizioni necessarie per la quiete dei corpi e per l'equilibrio dei sistemi di forze.	" 145
§ 6. Postulato fondamentale dei corpi rigidi. Condizioni sufficienti per l'equilibrio di un sistema di forze su un corpo rigido.	" 147
§ 7. Espressione cartesiana dei risultati ottenuti.	" 151
Cap. II - EQUIVALENZA DEI SISTEMI DI FORZE. FORZE PARALLELE E BARICENTRI.	" 153
§ 1. Equivalenza dei sistemi di forze e riduzione ai sistemi semplici.	" 153
§ 2. Forze parallele. Centro delle forze parallele.	" 159

§ 3. Baricentri	Pag. 166
§ 4. Il poligono funicolare	" 174
§ 5. Cenni sull'analogia fra la composizione delle forze e la composizione degli stati cinetici	" 177
Cap. III - IL METODO DELLE REAZIONI VINCOLARI PER LA RICERCA DELLE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO	" 179
§ 1. Generalità. Equilibrio di un punto materiale	" 179
§ 2. Equilibrio di un corpo rigido libero e con un punto fisso	" 183
§ 3. Momento di un sistema di forze rispetto a un asse. Condizioni di equilibrio di un corpo con un asse fisso e primo esempio di problema staticamente indeterminato.	" 184
§ 4. Equilibrio di un corpo in cui una retta è vincolata a scorrere su una retta fissa	" 189
§ 5. Equilibrio di un corpo appoggiato.	" 190
§ 6. Metodo generale per lo studio dell'equilibrio dei sistemi meccanici. Esempi.	" 193
§ 7. Influenza dell'attrito sull'equilibrio	" 196
Cap. IV - IL PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI.	" 203
§ 1. Spostamenti virtuali	" 203
§ 2. Lavoro virtuale delle forze applicate ad un sistema.	" 205
§ 3. Principio dei lavori virtuali.	" 208
§ 4. Lavoro delle reazioni vincolari e ulteriore giustificazione del principio dei lavori virtuali	" 213
§ 5. Parametri lagrangiani di un sistema; sistemi olonomi e anolonomi.	" 218
§ 6. Applicazione del principio dei lavori virtuali. Esempi	" 225
§ 7. Equilibrio di un sistema col metodo delle coordinate sovrabbondanti.	" 235
§ 8. Equilibrio dei sistemi soggetti a forze conservative	" 237
§ 9. Stabilità dell'equilibrio.	" 240
Cap. V - CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEI FILI.	" 243
§ 1. Generalità. Condizioni per l'equilibrio.	" 243
§ 2. Problemi fondamentali nell'equilibrio dei fili	" 247
§ 3. Fila soggetto a forze parallele. Catenaria	" 252
§ 4. Equilibrio di un filo adagiato su una superficie	" 258

Parte Terza D I N A M I C A

Cap. I - PRINCIPI E NOZIONI FONDAMENTALI.	Pag. 263
§ 1. Le leggi di Newton	" 263
§ 2. Impulsi. Quantità di moto. Forze impulsive	" 274

§ 3. Momento della quantità di moto	Pag. 275
§ 4. Lavoro delle forze. Energia cinetica. Teorema di conservazione dell'energia	* 280
§ 5. Unità di misura delle grandezze meccaniche	* 289
§ 6. Dimensioni delle grandezze meccaniche	* 289
Cap. II - DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE LIBERO E VINCOLATO	* 293
§ 1. Generalità. Condizioni iniziali. Integrali primi	* 293
§ 2. Moto dei gravi	* 297
§ 3. Moto di un punto su una retta sotto l'azione di una forza posizionale	* 304
§ 4. Moto di un punto sotto l'azione di forze elastiche, di attrito e periodiche. Risonanza	* 311
§ 5. Moto di un punto vincolato su una curva. Pendolo ideale	* 316
§ 6. Punto vincolato su una superficie. Pendolo conico	* 327
Cap. III - MOTI RELATIVI ED ELEMENTI DI MECCANICA CELESTE	* 332
§ 1. Generalità e equilibrio relativo	* 332
§ 2. Esempi di moto relativo. La deviazione dei gravi in caduta. Il pendolo di Foucault	* 341
§ 3. Il problema dei due corpi	* 347
Cap. IV - I MOMENTI D'INERZIA E LE CARATTERISTICHE DINAMICHE DEI SISTEMI DI PUNTI	* 358
§ 1. L'energia cinetica, la quantità di moto, il momento delle quantità di moto per un sistema di punti. Definizioni e prime proprietà	* 358
§ 2. Definizione di momento d'inerzia. Energia cinetica e momento delle quantità di moto rispetto ad un asse per un corpo rigido	* 361
§ 3. Proprietà del momento d'inerzia. Calcolo di alcuni momenti di inerzia	* 363
§ 4. L'ellissoide di inerzia. Ulteriore espressione per l'energia cinetica e il momento delle quantità di moto di un corpo rigido	* 366
§ 5. Il teorema di Huyghens	* 376
Cap. V - I TEOREMI DELLA QUANTITÀ DI MOTO, DEL MOMENTO DELLE QUANTITÀ DI MOTO, DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA. LORO APPLICAZIONE AL MOTO DI UN CORPO RIGIDO	* 379
§ 1. Il teorema della quantità di moto	* 379
§ 2. Il teorema del momento delle quantità di moto. Prime applicazioni	* 382
§ 3. Moto di un corpo rigido con un asse fisso. Pendolo fisico	* 385
§ 4. Il teorema delle forze vive e di conservazione dell'energia	* 387
§ 5. Il moto di un corpo rigido con un punto fisso e di un corpo rigido libero. Equazioni fondamentali	* 392

§ 6. Il moto alla Poisson	Pag. 395
§ 7. Canno sui fenomeni giroscopici	" 398
§ 8. Moto dei corpi rigidi sotto l'azione di forze impulsive. Urti	" 408
Cap. VI - IL PRINCIPIO DI D'ALEMBERT. LE EQUAZIONI DI LAGRANGE E DI HAMILTON	" 415
§ 1. Il principio di D'Alembert	" 415
§ 2. Il calcolo delle reazioni vincolari in dinamica	" 419
§ 3. Il principio di D'Alembert per i moti impulsivi	" 421
§ 4. Preliminari sulle equazioni di Lagrange	" 423
§ 5. Equazioni di Lagrange	" 427
§ 6. Esempi di applicazione delle equazioni di Lagrange	" 429
§ 7. Discussione delle equazioni di Lagrange	" 432
§ 8. Equazioni di Lagrange in coordinate sovrabbondanti. Fun- zione di Lagrange	" 437
§ 9. I teoremi delle forze vive e di conservazione dell'energia	" 441
§ 10. Le equazioni di Hamilton	" 443
§ 11. Spazio delle configurazioni e spazio delle fasi	" 448
Cap. VII - STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO E DEL MOVIMENTO. PICCOLE O- SCILLAZIONI INTORNO AD UNA POSIZIONE DI EQUILIBRIO STABILE.	" 450
§ 1. Stabilità dell'equilibrio	" 450
§ 2. Teoria delle piccole oscillazioni di un sistema attorno ad una posizione di equilibrio stabile	" 453
§ 3. Nozione di movimento stabile e instabile	" 471
Cap. VIII - PRINCIPI VARIAZIONALI E APPLICAZIONI	" 481
§ 1. Principio di Hamilton	" 481
§ 2. Ulteriore forma del principio di Hamilton. Le trasforma- zioni canoniche delle equazioni di Hamilton	" 498
§ 3. Ulteriori principi variazionali della meccanica. Analogie con l'ottica geometrica	" 503