

alexander m. mood
franklin a. graybill
duane c. boes

**Introduzione
alla statistica**

McGraw-Hill Libri Italia srl

Milano • New York • St. Louis • San Francisco • Oklahoma City • Auckland
Bogotá • Caracas • Hamburg • Lisbon • London • Madrid • Bombay • New Delhi
Paris • San Juan • São Paulo • Singapore • Sydney • Tokyo • Toronto

Indice

Presentazione dell'edizione italiana 11

Prefazione alla terza edizione 13

Capitolo 1 Probabilità 15

1.1 Introduzione 15

1.2 Concetto di probabilità 16

1.2.1 Introduzione 16

1.2.2 Probabilità classica 16

1.2.3 Probabilità frequentista 19

1.3 Definizione assiomatica di probabilità 21

1.3.1 Modelli di probabilità 21

1.3.2 Una parentesi: la teoria degli insiemi 22

1.3.3 Definizioni di spazio campionario e di evento 27

1.3.4 Definizione di probabilità 31

1.3.5 Spazi campionari finiti 37

1.3.6 Probabilità condizionata e indipendenza 44

Esercizi 54

Capitolo 2 Variabili casuali, funzioni di ripartizione e valore atteso 63

2.1 Introduzione 63

2.2 Variabile casuale e funzione di ripartizione 64

2.2.1 Introduzione 64

2.2.2 Definizioni 64

2.3 Funzioni di densità 68

2.3.1 Variabili casuali discrete 68

2.3.2 Variabili casuali continue 71

2.3.3 Altre variabili casuali 73

2.4 Valori attesi e momenti 75

2.4.1 Media 75

2.4.2 Varianza 77

- 2.4.3 Valore atteso di una funzione di una variabile casuale 79
- 2.4.4 Disuguaglianza di Tchebycheff 81
- 2.4.5 Disuguaglianza di Jensen 82
- 2.4.6 Momenti e funzione generatrice dei momenti 83
- Esercizi 91

Capitolo 3 Particolari famiglie parametriche di distribuzioni unidimensionali 95

- 3.1 Introduzione 95
- 3.2 Distribuzioni discrete 95
 - 3.2.1 Distribuzione uniforme discreta 96
 - 3.2.2 Distribuzione di Bernoulli e distribuzione binomiale 97
 - 3.2.3 Distribuzione ipergeometrica 100
 - 3.2.4 Distribuzione di Poisson 102
 - 3.2.5 Distribuzione geometrica e binomiale negativa 108
 - 3.2.6 Altre distribuzioni discrete 113
- 3.3 Distribuzioni continue 115
 - 3.3.1 Distribuzione uniforme o rettangolare 115
 - 3.3.2 Distribuzione normale 117
 - 3.3.3 Distribuzioni gamma ed esponenziali 121
 - 3.3.4 Distribuzione beta 124
 - 3.3.5 Altre distribuzioni continue 126
- 3.4 Commenti 129
 - 3.4.1 Approssimazioni 129
 - 3.4.2 Relazione fra esponenziale e Poissoniana 131
 - 3.4.3 Mistura di distribuzioni e distribuzioni troncate 132
 - Esercizi 134

Capitolo 4 Distribuzioni congiunte e condizionate, indipendenza stocastica e valore atteso 139

- 4.1 Introduzione 139
- 4.2 Funzioni di ripartizione congiunte 139
 - 4.2.1 Funzione di ripartizione 140
 - 4.2.2 Funzioni di densità congiunte per variabili casuali discrete 143
 - 4.2.3 Funzioni di densità congiunte per variabili casuali continue 148
- 4.3 Distribuzioni condizionate e indipendenza stocastica 153
 - 4.3.1 Funzioni di ripartizione condizionate per variabili casuali discrete 153
 - 4.3.2 Funzioni di ripartizione condizionate per variabili casuali continue 155
 - 4.3.3 Ancora sulle funzioni di ripartizione condizionate 157
 - 4.3.4 Indipendenza 159
- 4.4 Valore atteso 162
 - 4.4.1 Definizione 162
 - 4.4.2 Covarianza e coefficiente di correlazione 164
 - 4.4.3 Valori attesi condizionati 166
 - 4.4.4 Momenti misti e funzione generatrice dei momenti congiunta 168

| | | |
|-------------------|---|------------|
| 4.4.5 | Indipendenza e valore atteso | 169 |
| 4.4.6 | Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz | 171 |
| 4.5 | Distribuzione normale bidimensionale | 171 |
| 4.5.1 | Funzione di densità | 171 |
| 4.5.2 | Funzione generatrice dei momenti e momenti | 173 |
| 4.5.3 | Densità marginali e condizionate | 176 |
| | Esercizi | 178 |
| Capitolo 5 | Distribuzioni di funzioni di variabili casuali | 185 |
| 5.1 | Introduzione | 185 |
| 5.2 | Valori attesi di funzioni di variabili casuali | 186 |
| 5.2.1 | Due metodi per ottenere il valore atteso | 186 |
| 5.2.2 | Somma di variabili casuali | 187 |
| 5.2.3 | Prodotto e quoziente | 189 |
| 5.3 | Metodo della funzione di ripartizione | 191 |
| 5.3.1 | Descrizione del metodo | 191 |
| 5.3.2 | Distribuzione del minimo e del massimo | 192 |
| 5.3.3 | Distribuzione della somma e della differenza di due variabili | 194 |
| 5.3.4 | Distribuzione del prodotto e del quoziente | 196 |
| 5.4 | Metodo della funzione generatrice dei momenti | 198 |
| 5.4.1 | Descrizione del metodo | 198 |
| 5.4.2 | Distribuzione della somma di variabili casuali indipendenti | 201 |
| 5.5 | La trasformazione $Y = g(X)$ | 207 |
| 5.5.1 | La distribuzione di $Y = g(X)$ | 207 |
| 5.5.2 | Trasformazione integrale di probabilità | 210 |
| 5.6 | Trasformazioni | 211 |
| 5.6.1 | Variabili casuali discrete | 212 |
| 5.6.2 | Variabili casuali continue | 212 |
| | Esercizi | 220 |
| Capitolo 6 | Campionamento e distribuzioni campionarie | 227 |
| 6.1 | Introduzione | 227 |
| 6.2 | Campionamento | 228 |
| 6.2.1 | Inferenza induttiva | 228 |
| 6.2.2 | Popolazioni e campioni | 230 |
| 6.2.3 | Distribuzione campionaria | 232 |
| 6.2.4 | Statistiche e momenti campionari | 233 |
| 6.3 | Media campionaria | 238 |
| 6.3.1 | Media e varianza | 238 |
| 6.3.2 | Legge dei grandi numeri | 239 |
| 6.3.3 | Teorema limite centrale | 241 |
| 6.3.4 | Distribuzioni di Bernoulli e di Poisson | 243 |
| 6.3.5 | Distribuzione esponenziale | 244 |
| 6.3.6 | Distribuzione uniforme | 245 |
| 6.3.7 | Distribuzione di Cauchy | 246 |

| | | |
|---|---|-----|
| 6.4 | Campionamento da distribuzioni normali | 247 |
| 6.4.1 | Il ruolo della distribuzione normale nella statistica | 247 |
| 6.4.2 | Media campionaria | 248 |
| 6.4.3 | Distribuzione chi-quadrato | 248 |
| 6.4.4 | Distribuzione F | 253 |
| 6.4.5 | Distribuzione t di Student | 256 |
| 6.5 | Statistiche d'ordine | 258 |
| 6.5.1 | Definizione e distribuzioni | 258 |
| 6.5.2 | Distribuzione di funzioni delle statistiche d'ordine | 261 |
| 6.5.3 | Distribuzioni asintotiche | 263 |
| 6.5.4 | Funzione di ripartizione campionaria | 271 |
| | Esercizi | 272 |
| Capitolo 7 Stima puntuale di parametri | | |
| 7.1 | Introduzione | 279 |
| 7.2 | Metodi di ricerca degli stimatori | 280 |
| 7.2.1 | Metodo dei momenti | 281 |
| 7.2.2 | Massima verosimiglianza | 283 |
| 7.2.3 | Altri metodi | 293 |
| 7.3 | Proprietà degli stimatori puntuali | 295 |
| 7.3.1 | Accuratezza | 296 |
| 7.3.2 | Errore quadratico medio | 298 |
| 7.3.3 | Consistenza e BAN | 301 |
| 7.3.4 | Funzioni di perdita e di rischio | 303 |
| 7.4 | Sufficienza | 306 |
| 7.4.1 | Statistiche sufficienti | 306 |
| 7.4.2 | Criterio di fattorizzazione | 313 |
| 7.4.3 | Statistiche sufficienti minimali | 317 |
| 7.4.4 | Famiglia esponenziale | 318 |
| 7.5 | Stimatori non distorti | 320 |
| 7.5.1 | Limite inferiore della varianza | 321 |
| 7.5.2 | Sufficienza e completezza | 326 |
| 7.6 | Invarianza rispetto alla posizione e al fattore di scala | 336 |
| 7.6.1 | Invarianza rispetto alla posizione | 337 |
| 7.6.2 | Invarianza rispetto al fattore di scala | 341 |
| 7.7 | Stimatori di Bayes | 343 |
| 7.7.1 | Distribuzione finale | 344 |
| 7.7.2 | Metodo della funzione di perdita | 348 |
| 7.7.3 | Stimatore minimax | 354 |
| 7.8 | Vettore di parametri | 355 |
| 7.9 | Proprietà ottimali degli stimatori di massima verosimiglianza | 361 |
| | Esercizi | 365 |
| Capitolo 8 Stima per intervalli di parametri | | |
| 8.1 | Introduzione | 375 |
| 8.2 | Intervalli di confidenza | 376 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 8.2.1 | Introduzione agli intervalli di confidenza | 376 |
| 8.2.2 | Definizione di intervallo di confidenza | 379 |
| 8.2.3 | Quantità pivotale | 381 |
| 8.3 | Campionamento dalla distribuzione normale | 383 |
| 8.3.1 | Intervallo di confidenza per la media | 383 |
| 8.3.2 | Intervallo di confidenza per la varianza | 384 |
| 8.3.3 | Regione di confidenza simultanea per la media e la varianza | 386 |
| 8.3.4 | Intervallo di confidenza per la differenza delle medie | 388 |
| 8.4 | Metodi per la ricerca di intervalli di confidenza | 390 |
| 8.4.1 | Metodo della quantità pivotale | 390 |
| 8.4.2 | Metodo statistico | 392 |
| 8.5 | Intervalli di confidenza per grandi campioni | 396 |
| 8.6 | Stime bayesiane per intervalli | 399 |
| | Esercizi | 400 |

Capitolo 9 Verifica di ipotesi 403

| | | |
|-------|--|-----|
| 9.1 | Introduzione | 403 |
| 9.2 | Ipotesi semplici e ipotesi alternative semplici | 410 |
| 9.2.1 | Introduzione | 410 |
| 9.2.2 | Test più potenti | 412 |
| 9.2.3 | Funzione di perdita | 416 |
| 9.3 | Ipotesi composte | 420 |
| 9.3.1 | Test del rapporto di verosimiglianza generalizzato | 420 |
| 9.3.2 | Test uniformemente più potenti | 422 |
| 9.3.3 | Test non distorti | 426 |
| 9.3.4 | Metodi per la determinazione dei test | 426 |
| 9.4 | Verifica di ipotesi-campionamento dalla distribuzione normale | 429 |
| 9.4.1 | Test sulla media | 429 |
| 9.4.2 | Test sulla varianza | 432 |
| 9.4.3 | Test su più medie | 433 |
| 9.4.4 | Test su più varianze | 438 |
| 9.5 | Test chi-quadrato | 441 |
| 9.5.1 | Distribuzione asintotica del rapporto di verosimiglianza generalizzato | 441 |
| 9.5.2 | Test chi-quadrato di adattamento | 443 |
| 9.5.3 | Test di uguaglianza di due distribuzioni multinomiali e generalizzazioni | 448 |
| 9.5.4 | Test di indipendenza nelle tabelle di contingenza | 452 |
| 9.6 | Verifica di ipotesi e intervalli di confidenza | 461 |
| 9.7 | Test sequenziali | 464 |
| 9.7.1 | Introduzione | 464 |
| 9.7.2 | Definizione del test del rapporto di probabilità sequenziale | 466 |
| 9.7.3 | Test del rapporto di probabilità sequenziale approssimato | 468 |
| 9.7.4 | Valore atteso approssimato dell'ampiezza campionaria per il test del rapporto di probabilità sequenziale | 469 |
| | Esercizi | 472 |

Capitolo 10 Modelli lineari 481

- 10.1 Introduzione 481
- 10.2 Esempi di modello lineare 481
- 10.3 Definizione di modello lineare 483
- 10.4 Stima puntuale: Caso A 485
- 10.5 Intervalli di confidenza: Caso A 490
- 10.6 Verifica di ipotesi: Caso A 493
- 10.7 Stima puntuale: Caso B 497
- Esercizi 501

Capitolo 11 Metodi non parametrici 503

- 11.1 Introduzione 503
- 11.2 Inferenze riguardanti la funzione di ripartizione 505
 - 11.2.1 Funzione di ripartizione empirica o campionaria 505
 - 11.2.2 Test di adattamento di Kolmogorov-Smirnov 507
 - 11.2.3 Fasce di confidenza per la funzione di ripartizione 510
- 11.3 Inferenza riguardante i quantili 511
 - 11.3.1 Stime puntuali e stime per intervalli di un quantile 511
 - 11.3.2 Verifiche di ipotesi riguardanti i quantili 513
- 11.4 Limiti di tolleranza 514
- 11.5 Uguaglianza di due distribuzioni 517
 - 11.5.1 Introduzione 517
 - 11.5.2 Test del segno per due campioni 517
 - 11.5.3 Test delle sequenze 518
 - 11.5.4 Test della mediana 520
 - 11.5.5 Test della somma dei ranghi 521
 - Esercizi 523

Appendice A Appendice matematica 527

- A.1 Introduzione 527
- A.2 Calcolo combinatorio 527
 - A.2.1 Notazione di sommatoria e di produttoria 527
 - A.2.2 Simbolo combinatorio e fattoriale e convenzioni 528
 - A.2.3 Formula di Stirling 530
 - A.2.4 Teorema binomiale e multinomiale 530
- A.3 Analisi matematica 531
 - A.3.1 Preliminari 531
 - A.3.2 Serie di Taylor 532
 - A.3.3 Funzione beta e funzione gamma 534

Appendice B Tabella riassuntiva delle famiglie parametriche di funzioni di ripartizione 535**Appendice C Bibliografia 543****Appendice D Tabelle 547****Indice analitico 557**