

Claude Dellacherie

Directeur de recherches au Centre national de la recherche scientifique

Paul-André Meyer

Directeur de recherches au Centre national de la recherche scientifique

Probabilités et potentiel

Chapitres IX à XI

ÉDITION ENTIÈREMENT REFOURNÉE

Théorie discrète du potentiel

Hermann



Table

CHAPITRE IX. NOYAUX ET FONCTIONS EXCESSIVES

1

1. NOYAUX

Noyaux (1-2). Prolongement aux fonctions et aux mesures (3-5). Composition (6). Exemples (7). Propriétés de Feller (8). Construction de noyaux (9-10). Régularisation de pseudo-noyaux (11-14). Amélioration de la régularité par composition (15-18). Une extension du th. d'Egorov (19-20). Calculs formels sur les noyaux (21-23).

2. Fonctions excessives par rapport à un noyau

17

Fonctions excessives et invariantes (24-25). Le noyau potentiel (26). Décomposition de Riesz (27-29). Approximation par des potentiels (30). Réduite d'une fonction excessive sur un ensemble (31-32). Les « principes » de théorie du potentiel (33-37). Réduites II : réduite sur une fonction (38-41). Quelques applications (42), ordre fort (43-52). Interprétations probabilistes (54-57).

3. Mesures excessives et balayage

40

Mesures excessives (58-62). Le balayage (63-65). Le schéma de remplissage (66-67). Les théorèmes de Hunt (68-70). Le problème de Skorohod (71-74). Théorie ergodique ponctuelle : lemmas de Hopf (75-76), de Brunel (77), théorème de Chacón-Ornstein (78-80), identification de la limite (81-83).

4. Résultats complémentaires

61

Etude des fonctions excessives sans restriction de finitude (84-87) et application à l'ordre fort (88). Bons potentiels et potentiels purs (89). Caractérisation des fonctions invariantes (90). Qu'est ce qu'une notion de théorie du potentiel ? (91). Un complément au n°30 (92).

CHAPITRE X. THÉORIE DES RÉDUITES ET DU BALAYAGE

69

1. Maisons de jeu, réduites

Maisons de jeu (1-3). Fonctions J-surmedianes (4) et balayage des mesures (5). Exemples (6). Extension aux mesures de masse ≤ 1 (8). Réduites

(9-13). Fonctions analytiques et analyticité des réduites (14-16). Lemmes d'approximation (17-20) et application au balayage (21-23). Utilisation de stratégies markoviennes stationnaires (24). Interprétation probabiliste (25-27).

2. Balayage défini par un cône convexe de fonctions continues 85

Définitions (28) et exemples (29). Une forme du théorème de Hahn-Banach (30-31). Le théorème de décomposition de Strassen (32-33). Caractérisation des balayées d'une mesure (34-36). Le lemme de Dani-Cartan (37-38). Applications au balayage (39-40). Balayées maximales (41) et frontière de Choquet (42-43). Un principe de minimum (44). Existence de balayées maximales : étude du cas non métrisable (45-46). Une méthode de compactification (47). Cônes adaptés (48).

3. Ensembles convexes compacts 102

Fonctions convexes, concaves, affines (50), et leurs propriétés élémentaires (51-54). Limites médiales (55-57). Traduction des résultats du §2 (58-59). Le théorème de Choquet sur les représentations intégrales : existence (60-61) et unicité (62-64). Extension à certains cônes sans base compacte (65-67). Unicité « à la Loewy » (68-70). Exemples : fonctions harmoniques (71), fonctions complètement monotones sur $\mathbb{N}_+$ (72-73) ou un semi-groupe commutatif (74). Interprétation comme propriété de « type positif » (75). Semi-groupes de convolution sur $\mathbb{N}_+$ et fonctions de Lévy (76-78). Théorie élémentaire des noyaux de type positif et négatif (79-86). Fonctions de type positif sur un groupe et th. de Bochner (87-91). Fonctions de type négatif sur un groupe commutatif (92-99) et formule de Riesz-Schwarz-Lévy (101-103).

CHAPITRE XI (APPENDICE AU CHAPITRE X) : METHODES NOUVELLES EN THEORIE DES CAPACITES, APPLICATION AUX MAISONS DE JEU 155

1. Multicapacités

Définition des multicapacités (1). Exemples (2). Le théorème général de capacitableté (3-5). Passage aux arguments fonctionnels (6-7). Exemples (8). Un théorème de Novikov et ses applications (9-11).

2. Opérateurs capacitaires et analytiques 165

Opérateurs capacitaires (12), composition (13), préservation de l'analyticité (14). Opérateurs et formes analytiques (15). Le théorème général de séparation (16-17). Schémas de Souslin privilégiés et th. de capacitableté précisé (18-19). Un théorème de Rubini capacitaire (20).

3. Applications aux maisons de jeu

175

Quelques exemples d'opérateurs capacitaires et analytiques (21-24). Existence de fonctions surmédiaires boréliennes (25). Cônes de fonctions continues et maisons de jeu associées (26-29). Construction des fonctions surmédiaires boréliennes (30-31). Structure des maisons de jeu analytiques (32). Un théorème d'analyse fonctionnelle (33-37). Analyticité de la saturée d'une maison de jeu analytique (38-39). Une extension du théorème de Strassen (40).

4. Applications diverses et compléments

195

Application à la régularisation de pseudo-noyaux (41). Epaisseur d'un ensemble (42-46). Application aux ensembles minces (47) et à la domination des ensembles de mesures (48-49). Une caractérisation des noyaux basiques (50). Application aux ensembles aléatoires (51-52). Dérivations analytiques (53-55). Application aux opérateurs de translation (56).

COMMENTAIRES ET NOTES HISTORIQUES

207

BIBLIOGRAPHIE

213

INDEX DES NOTATIONS

221

INDEX

227

ADDITIONS ET CORRECTIONS AUX VOLUMES PRECEDENTS

231