

Almerico Murli

Matematica numerica: metodi, algoritmi e software

Parte prima

Liguori Editore

Indice

Prefazione	xi
1 Approccio computazionale: alcune sorgenti di errore	1
1.1 Fonti di errore nella risoluzione di un problema mediante calcolatore	1
1.2 I sistemi aritmetici a precisione finita	10
1.2.1 Il sistema aritmetico intero	11
1.2.2 Il sistema aritmetico floating-point	14
1.3 L'errore di roundoff	21
1.3.1 L'errore di roundoff di rappresentazione	22
1.3.2 L'errore di roundoff delle operazioni floating-point	24
1.4 L'epsilon macchina	25
1.5 Il condizionamento di un problema matematico	36
1.6 La stabilità di un algoritmo	44
1.7 L'Aritmetica Standard IEEE	49
1.8 Analisi della propagazione dell'errore di roundoff	56
1.9 Esempio di studio: risoluzione di un'equazione di secondo grado	68
1.10 Esercizi sull'aritmetica Floating-Point	75
1.10.1 Alcuni esercizi numerici	75
1.10.2 Alcuni quesiti	86
1.10.3 Alcuni problemi da risolvere con il calcolatore	105
1.10.4 Risposte	107
Bibliografia	135
2 Calcolo matriciale: metodi diretti	137
2.1 Il calcolo numerico matriciale	137
2.2 Introduzione ai sistemi di equazioni lineari	137

2.3	Risoluzione numerica di sistemi lineari	143
2.4	Metodi di back e forward substitution	149
2.5	Metodo di Eliminazione di Gauss	165
2.5.1	Derivazione elementare del metodo di Gauss	165
2.5.2	Descrizione generale del metodo di Gauss	169
2.5.3	Complessità di tempo e di spazio dell'algoritmo di eliminazione di Gauss	177
2.5.4	Strategia del pivoting nell'eliminazione di Gauss	181
* 2.6	Fattorizzazione LU	194
2.6.1	Aspetti implementativi	209
2.7	Condizionamento di sistemi lineari	216
2.7.1	Indice di Condizionamento	220
2.8	Accuratezza della soluzione di un sistema di equazioni lineari	227
2.8.1	Analisi dell'errore di round-off nell'algoritmo di eliminazione di Gauss	228
2.8.2	Analisi dell'errore di round-off nell'algoritmo di Gauss con pivoting	232
2.8.3	Analisi dell'errore di round-off nella forward e back substitution	236
2.8.4	Analisi dell'errore di round-off nella risoluzione di un sistema lineare mediante algoritmo di Gauss	239
2.9	Sistemi lineari con matrici strutturate	244
2.10	Memorizzazione di matrici strutturate	248
2.11	Risoluzione di sistemi lineari con matrice a banda	257
2.11.1	Fattorizzazione LU senza pivoting di una matrice tri-diagonale e risoluzione dei sistemi lineari associati	257
2.11.2	Fattorizzazione LU senza pivoting di una matrice a banda e risoluzione dei sistemi lineari associati	268
2.11.3	Fattorizzazione LU con pivoting parziale di una matrice a banda e risoluzione dei sistemi lineari associati	279
2.12	Fattorizzazione di matrici simmetriche	295
2.12.1	Fattorizzazione LDL^T	295
2.12.2	Alcune matrici che non richiedono l'esecuzione del pivoting	301
2.12.3	Fattorizzazione di Cholesky	304
2.13	Software matematico per la risoluzione di sistemi lineari	315
2.14	Risoluzione di sistemi lineari in ambiente MATLAB	318
2.14.1	Elementi di base di MATLAB	318
2.14.2	Operazioni matriciali	320

2.14.3	Metodo di eliminazione di Gauss e fattorizzazione LU	325
2.14.4	MATLAB e le matrici speciali	329
2.15	Esercizi di Calcolo matriciale	331
2.15.1	Alcuni esercizi sulle operazioni tra vettori e matrici	331
2.15.2	Alcuni esercizi su norme di vettori e matrici	332
2.16	Esercizi sulla risoluzione di sistemi lineari	332
2.16.1	Esercizi §2.4	333
2.16.2	Esercizi §2.5	334
2.16.3	Esercizi §2.7	345
2.17	Esercizi con il MATLAB	348
2.17.1	Esercizi §2.14.4	348
	Bibliografia	353
3	La rappresentazione di dati	355
3.1	Introduzione	355
3.2	Il problema dell'interpolazione	368
3.2.1	Esistenza e unicità del polinomio interpolante di Lagrange	372
3.2.2	Esistenza ed unicità del polinomio interpolante di Hermite	377
3.2.3	Algoritmi per la costruzione e valutazione del polinomio interpolante di Lagrange	381
3.2.4	Metodo dei coefficienti indeterminati	381
3.2.5	Formula di Lagrange	384
3.2.6	Formula di Newton	387
3.2.7	Formula di Newton e differenze divise	392
3.2.8	Un algoritmo per la formula di Newton: aspetti implementativi	397
3.2.9	Valutazione del polinomio interpolante	403
3.2.10	Un elemento di software per l'interpolazione polinomiale	406
3.3	Metodi costruttivi per il polinomio interpolante di Hermite	409
3.3.1	Formula di Lagrange	409
3.3.2	Formula di Newton	411
3.4	Interpolazione polinomiale a tratti	416
3.4.1	Interpolazione mediante funzioni spline	424
3.4.2	Un metodo costruttivo per la spline cubica naturale interpolante	431

3.4.3	Un altro metodo costruttivo per la spline cubica naturale interpolante	446
3.5	L'approssimazione dei minimi quadrati	462
3.5.1	La migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati	463
3.5.2	Esistenza ed unicità	474
3.5.3	Un algoritmo per la costruzione e valutazione del polinomio di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati	480
3.6	MATLAB e la rappresentazione di dati	482
3.7	Il software disponibile per la rappresentazione di dati	487
3.8	Esercizi sulla rappresentazione di dati	489
3.8.1	Alcuni esercizi sull'interpolazione polinomiale	489
3.8.2	Alcuni esercizi sull'approssimazione nel senso dei minimi quadrati	491
	Bibliografia	493
4	La quadratura	495
4.1	Generalità	495
4.2	Formule di quadratura: primi esempi	497
4.2.1	Le formule di quadratura composite	503
4.3	Esempio di sviluppo di software matematico per la quadratura	511
4.3.1	L'algoritmo	511
4.3.2	Il software	515
4.3.3	Gli algoritmi adattativi per la quadratura	518
4.3.4	MATLAB e la quadratura	531
4.4	Alcuni problemi da risolvere con il calcolatore	534
	Bibliografia	537
	Appendice A	539
A.1	Due disastri causati dall'aritmetica a precisione finita del calcolatore	539
A.1.1	Quando un <i>piccolo</i> errore può essere fatale	539
A.1.2	Un missile <i>Patriot</i> manca il bersaglio	539
A.1.3	Esplorazione dell' <i>Ariane 5</i>	540
	Bibliografia	543

Appendice B	545
B.1 Alcune questioni di base sulle matrici	545
B.1.1 Matrice di permutazione	546
B.2 Inversa di una matrice	547
B.3 Norme vettoriali e matriciali	549
B.4 Esistenza di soluzioni di sistemi lineari - Regola di Cramer .	557
B.5 Autovalori ed autovettori	565
B.5.1 Localizzazione degli autovalori	567
B.6 Matrici simmetriche e definite positive	568
B.7 Successioni di vettori e matrici	572
B.8 Polinomi di matrici	574
B.9 Alcune proprietà delle matrici simmetriche definite positive .	575
B.10 Calcolo della soluzione di minima norma di un sistema lineare sovradeterminato	578
 Bibliografia	 581
 Testi generali di riferimento	 583