

Marco Abate · Francesca Tovena

Geometria Differenziale

 Springer

Indice

Prefazione	V
1 Algebra multilineare	1
1.1 Brevi richiami di Algebra Lineare	1
1.2 Prodotto tensoriale	7
1.3 Algebra tensoriale	18
1.4 Algebra esterna	22
1.5 Tensori simplettici	30
Esercizi	32
2 Varietà	59
2.1 Varietà differenziabili	60
2.2 Applicazioni differenziabili	75
2.3 Spazio tangente	80
2.4 Sottovarietà	90
2.5 Gruppi di Lie	96
2.6 Azioni di gruppi di Lie su varietà	99
2.7 Partizioni dell'unità	104
2.8 Il teorema di Whitney	109
Esercizi	115
3 Fibrati	133
3.1 Fibrati vettoriali	134
3.2 Sezioni di fibrati e tensori	144
3.3 Flusso di un campo vettoriale	152
3.4 Parentesi di Lie	157
3.5 Algebre di Lie	160
3.6 Sottogruppi di Lie	164
3.7 Il teorema di Frobenius	171
3.8 Dalle algebre di Lie ai gruppi di Lie	180
3.9 Fibrati principali	184
Esercizi	192

4	Forme differenziali e integrazione	207
4.1	Operazioni sulle forme differenziali	208
4.2	Orientabilità	211
4.3	Integrazione di forme differenziali	218
4.4	Differenziale esterno	222
4.5	Il teorema di Stokes	227
	Esercizi	234
5	Coomologia	245
5.1	La successione esatta lunga in coomologia	246
5.2	La successione di Mayer-Vietoris	253
5.3	Il lemma di Poincaré	255
5.4	Invarianza omotopica	260
5.5	Coomologia a supporto compatto	262
5.6	La dualità di Poincaré	269
5.7	Il teorema di Künneth	277
5.8	Il principio di Mayer-Vietoris	281
5.9	Coomologia dei fasci e teorema di de Rham	293
	Esercizi	300
6	Strutture su varietà	315
6.1	Connessioni	316
6.2	Connessioni e forme differenziali	325
6.3	Connessioni e fibrati orizzontali	327
6.4	Connessioni sui fibrati tensoriali	331
6.5	Varietà Riemanniane	335
6.6	La connessione di Levi-Civita	343
6.7	Altre costruzioni Riemanniane	353
6.8	Varietà simpletiche	357
	Esercizi	364
7	Geodetiche	375
7.1	L'applicazione esponenziale	376
7.2	La distanza Riemanniana	383
7.3	Intorni geodeticamente convessi	394
7.4	Il teorema di Hopf-Rinow	396
7.5	Geodetiche nei gruppi di Lie	400
	Esercizi	405
8	Curvatura	411
8.1	Operatori di curvatura	412
8.2	Campi di Jacobi	420
8.3	Il teorema di Cartan-Hadamard	425
8.4	Spazi di curvatura costante	427
8.5	La seconda variazione della lunghezza d'arco	433
8.6	Il teorema di Bonnet-Myers	436

8.7 I teoremi di Weinstein e Synge	438
8.8 Sottovarietà	441
Esercizi	447
Bibliografia	453
Indice analitico	455