

Indice

1	Preliminari Matematici	7
2	Elementi di Teoria Qualitativa dei Sistemi Dinamici	17
2.1	Teorema del Trasporto	17
2.2	Leggi di Conservazione	21
2.3	Modelli di diffusione: Fourier, Fick & Fokker-Planck . . .	22
2.4	Teorema del Ritorno di Henri Poincaré	24
I	Meccanica e termodinamica dei Continui	31
3	Cinematica dei continui	33
3.1	Moti rigidi di un continuo	36
3.2	Esempi ed esercizi	39
3.3	Derivata temporale di quantità integrali	46
3.3.1	Principio di conservazione della massa	47
3.4	Leggi di Conservazione e di Bilancio	50
4	Dinamica dei continui	55
4.1	Il teorema del tetraedro di Cauchy	55
4.2	Il Principio dei Lavori Virtuali in Meccanica dei Continui	60
4.3	Descrizione materiale del Tensore degli sforzi	64
4.4	Teorema delle forze vive	65
4.5	Esempi di equazioni costitutive	68
4.6	Fluidi	70
4.6.1	Fluidi ideali e elastici	70
4.6.2	Fluidi di Navier-Stokes o linearmente viscosi . . .	72
4.6.3	Teorema di Bernoulli	86

4.6.4	Appunti di Meteorologia Elementare: Cicloni ed Anticicloni nell'Emisfero Boreale	87
4.6.5	Equazioni linearizzate dei fluidi elastici.	92
4.7	Materiali elastici	94
4.7.1	Elasticità lineare	94
4.8	Formulazione variazionale delle teorie di campo	98
4.8.1	Il modello di D'Alembert della corda vibrante	101
5	Termomeccanica dei Continui	105
5.1	Richiamo di Termodinamica	105
5.2	Primo principio della termodinamica per i continui	114
5.2.1	Legge di bilancio associata al primo principio	115
5.3	Il secondo principio nella forma di Clausius–Duhem	117
5.3.1	Il Teorema di Clausius–Duhem. Materiali termoe-lastici	118
5.3.2	Le equazioni della diffusione e del calore	121
6	Termodinamica statistica con il PME	123
6.1	Principio della massima entropia	123
6.2	Entropia e informazione	124
6.2.1	Entropia relativa	128
6.2.2	Necessità dell'entropia relativa nel caso di infinite alternative	131
6.2.3	Principio della Massima Entropia (PME) e della Minima Informazione di Discriminazione (PMDI)	132
6.3	Il PME nella termodinamica di equilibrio	135
6.3.1	Geometria dei problemi di estremo vincolato	136
6.3.2	Il caso di k osservabili	139
6.3.3	Significato di λ : la temperatura	140
6.4	Il primo principio della Termodinamica	142
6.4.1	L'energia libera	143
6.4.2	Entropia del gas ideale	145
6.4.3	Informazione ridondante e Inferenza	147
6.5	Alcune applicazioni del PME	149
6.5.1	La distribuzione normale tramite il PME	149
6.5.2	Analisi delle serie temporali	153

II Propagazione per onde	157
7 Metodo delle Caratteristiche	159
7.1 Teoria Lineare	159
7.2 Teoria Quasi-Lineare	165
7.2.1 Un'analisi dettagliata delle singolarità: la genesi delle galassie secondo il modello di Zeldovich-Arnol'd	167
7.3 Teoria Non-Lineare	172
7.3.1 Equazione di Hamilton-Jacobi	172
7.3.2 Equazione di Hamilton-Jacobi di tipo evolutivo. Problema di Cauchy	177
7.4 Il metodo delle caratteristiche produce sotto-varietà Lagrangiane	183
8 Ottica Ondulatoria asintotica elementare e Ottica Geometrica	187
8.1 Dalle equazioni di Maxwell al principio di Fermat	187
8.1.1 Caustiche dell'equazione iconale	194
8.1.2 Dal principio di Fermat alla legge di rifrazione di Snellius	196
9 Propagazione per Onde nei Sistemi di Leggi di Bilancio	199
9.1 Onde di Discontinuità deboli	199
9.2 Onde Asintotiche ad Alta Frequenza	204
9.3 Onde d'Urto (Shock waves)	205
9.4 Velocità del suono	208
10 La teoria di Friedrichs - Lax - Godounov - Boillat	211
III Aspetti qualitativi della teoria della diffusione	215
11 La dinamica di Fokker-Planck	217
11.1 Il fenomeno del Large Damping nelle equazioni di Newton	217
11.2 Funzionale di Lyapunov per Fokker-Planck: entropia relativa e energia libera	219
11.3 Fokker-Planck e teoria delle Grandi Deviazioni	224
12 Soluzione delle equazioni della diffusione e del calore mediante serie di Fourier	229

12.1	Teorema di rappresentazione di vettori negli spazi di dimensione finita	229
12.2	Lo spazio delle funzioni $L^2([0, T]; \mathbb{C})$	230
12.2.1	Serie di soli coseni (o di soli seni)	233
12.2.2	Qualche teorema e stima	234
12.3	Equazione del calore	235
12.3.1	Soluzione dell'equazione del calore con le serie di Fourier	237
12.3.2	Unicità della soluzione dell'equazione del calore.	238
12.3.3	Equazione del calore: effetto grotta-cantina	240
12.3.4	Equazione di Diffusione	243
12.3.5	Osservazioni sull'equazione della diffusione	244
IV	Riduzione finito-dimensionale esatta e TAC	249
13	Riduzione finito-dimensionale esatta in teoria dei campi	251
14	Trasformata di Fourier e TAC	257
14.1	Dalla serie all'integrale di Fourier	257
14.2	Trasformata di Fourier	258
14.2.1	Serie e Trasformate di Fourier <i>multiple</i> , cioè in $[0, T]^n$ e in \mathbb{R}^n	258
14.2.2	Generalità analitiche & topologiche	259
14.2.3	Nucleo di Green del calore: la soluzione fondamentale	260
14.2.4	Teorema di invarianza per rotazioni di \mathcal{F}	262
14.3	TAC: Tomografia Assiale Computerizzata	263
	Bibliografia	267