

# Indice

<b>1</b>	<b>Numeri</b>	<b>1</b>
1	Il linguaggio logico-insiemistico . . . . .	1
1.1	Concetti di base sugli insiemi . . . . .	1
1.2	Tecniche logiche di base . . . . .	8
2	Sommatorie e coefficienti binomiali . . . . .	12
2.1	Il simbolo di sommatoria . . . . .	12
2.2	Fattoriale di $n$ . . . . .	15
2.3	Coefficienti binomiali e formula di Newton . . . . .	15
3	Campi ordinati . . . . .	17
4	Numeri reali. Estremo superiore e assioma di continuità . . . . .	20
4.1	Inadeguatezza dell'insieme dei razionali per misurare le lunghezze	20
4.2	Estremo superiore e assioma di continuità . . . . .	20
4.3	Valore assoluto. Disuguaglianza triangolare . . . . .	23
4.4	Intervalli . . . . .	24
5	Radicali, potenze, logaritmi . . . . .	24
5.1	Radici $n$ -esime aritmetiche . . . . .	25
5.2	Potenze a esponente reale . . . . .	26
5.3	Logaritmi . . . . .	27
5.4	Approssimazioni . . . . .	27
6	Insiemi infiniti . . . . .	28
7	Induzione . . . . .	32
8	Numeri complessi . . . . .	35
8.1	Definizione di $\mathbb{C}$ e struttura di campo . . . . .	35
8.2	Coniugato e modulo . . . . .	37
8.3	Forma trigonometrica . . . . .	40
8.4	Radici $n$ -esime . . . . .	43
<b>2</b>	<b>Funzioni di una variabile</b>	<b>49</b>
1	Il concetto di funzione . . . . .	49
2	Funzioni reali di variabile reale . . . . .	52
2.1	Generalità e grafico . . . . .	52
2.2	Funzioni limitate . . . . .	53
2.3	Funzioni simmetriche . . . . .	54
2.4	Funzioni monotone . . . . .	55
2.5	Funzioni periodiche . . . . .	55
3	Funzioni elementari . . . . .	56

3.1	Funzioni potenza . . . . .	56
3.2	Funzioni esponenziali e logaritmiche . . . . .	60
3.3	Funzioni trigonometriche . . . . .	63
3.4	Fenomeni vibratori . . . . .	64
3.5	Funzioni parte intera e mantissa . . . . .	67
3.6	Funzioni iperboliche . . . . .	68
3.7	Operazioni sui grafici . . . . .	69
3.8	Funzioni definite a tratti . . . . .	73
4	Funzioni composte e inverse . . . . .	74
4.1	Funzioni composte . . . . .	74
4.2	Funzioni invertibili; funzioni inverse . . . . .	76
4.3	Le funzioni trigonometriche inverse . . . . .	79
4.4	Le funzioni iperboliche inverse . . . . .	81
<b>3</b>	<b>Limiti e continuità</b>	<b>87</b>
1	Successioni . . . . .	87
1.1	Definizione di successione. Definizione di limite . . . . .	87
1.2	Successioni monotone . . . . .	93
1.3	Il calcolo dei limiti . . . . .	95
1.4	Il numero $e$ . . . . .	100
1.5	Confronti e stime asintotiche . . . . .	102
2	Limiti di funzioni, continuità, asintoti . . . . .	109
3	Il calcolo dei limiti . . . . .	119
3.1	Proprietà fondamentali di limiti e continuità . . . . .	119
3.2	Limiti notevoli . . . . .	125
3.3	Confronti e stime asintotiche . . . . .	127
3.4	Stime asintotiche e grafici . . . . .	129
4	Proprietà globali delle funzioni continue o monotone su un intervallo .	132
4.1	Funzioni continue su un intervallo . . . . .	132
4.2	Funzioni monotone su un intervallo . . . . .	137
4.3	Continuità e invertibilità . . . . .	139
<b>4</b>	<b>Calcolo differenziale per funzioni di una variabile</b>	<b>143</b>
1	Introduzione al calcolo differenziale . . . . .	143
2	Derivata di una funzione . . . . .	146
2.1	Derivata e retta tangente . . . . .	146
2.2	Altre interpretazioni della derivata . . . . .	148
2.3	Derivate di funzioni elementari . . . . .	149
2.4	Punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale . . . . .	152
3	Regole di calcolo delle derivate . . . . .	156
3.1	Algebra delle derivate . . . . .	156
3.2	Derivata di una funzione composta . . . . .	158
3.3	Derivata di funzione inversa . . . . .	162
4	Il teorema del valor medio e le sue conseguenze . . . . .	166
4.1	Punti stazionari. Massimi e minimi locali . . . . .	166
4.2	Teorema del valor medio. Test di monotonia . . . . .	169
4.3	Soluzione di alcuni problemi di massimo e minimo . . . . .	176

4.4	Il teorema di de l'Hospital . . . . .	181
4.5	Limite della derivata e derivabilità . . . . .	184
5	Derivata seconda . . . . .	188
5.1	Significato geometrico della derivata seconda . . . . .	188
5.2	Derivata seconda, concavità e convessità . . . . .	189
6	Studio del grafico di una funzione . . . . .	195
7	Calcolo differenziale e approssimazioni . . . . .	201
7.1	Differenziale e approssimazione lineare. Il simbolo di "o piccolo" . . . . .	201
7.2	Limiti notevoli e sviluppi . . . . .	205
7.3	Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Peano . . . . .	206
7.4	Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Lagrange . . . . .	211
7.5	Risoluzione approssimata di equazioni: il metodo di Newton . . . . .	214
<b>5</b>	<b>Serie</b> . . . . .	<b>221</b>
1	Serie numeriche . . . . .	221
1.1	Definizione e primi esempi . . . . .	221
1.2	Serie a termini non negativi . . . . .	225
1.3	Serie a termini di segno variabile . . . . .	230
2	Serie di Taylor, esponenziale complesso . . . . .	236
2.1	Serie di Taylor delle trascendenti elementari . . . . .	236
2.2	Serie nel campo complesso. Esponenziale complesso . . . . .	239
<b>6</b>	<b>Calcolo integrale per funzioni di una variabile</b> . . . . .	<b>249</b>
1	Introduzione al calcolo integrale . . . . .	249
2	L'integrale come limite di somme . . . . .	250
2.1	La definizione di integrale . . . . .	250
2.2	Classi di funzioni integrabili . . . . .	253
3	Proprietà dell'integrale . . . . .	254
4	Il teorema fondamentale del calcolo integrale . . . . .	258
5	Calcolo di integrali indefiniti e definiti . . . . .	259
5.1	Integrali immediati, per scomposizione, per sostituzione . . . . .	259
5.2	Integrazione delle funzioni razionali . . . . .	263
5.3	Integrazione per parti . . . . .	268
5.4	Integrazione delle funzioni trigonometriche . . . . .	271
5.5	Integrazione delle funzioni irrazionali . . . . .	275
5.6	Integrazione di funzioni discontinue . . . . .	277
6	Alcune applicazioni fisiche e geometriche . . . . .	280
7	Calcolo numerico approssimato di un integrale . . . . .	284
8	Integrali generalizzati . . . . .	285
8.1	Integrazione di funzioni non limitate . . . . .	286
8.2	Criteri di integrabilità al finito . . . . .	287
8.3	Integrazione su intervalli illimitati . . . . .	289
8.4	Criteri di integrabilità all'infinito . . . . .	292
9	Funzioni integrali . . . . .	294
10	Teorema di Bolzano-Weierstrass, continuità uniforme e integrabilità delle funzioni continue . . . . .	300
10.1	Alcuni risultati fondamentali per le successioni di numeri reali . . . . .	300

10.2	Continuità uniforme . . . . .	302
10.3	Integrabilità delle funzioni continue . . . . .	304
<b>7</b>	<b>Modelli dinamici discreti</b>	<b>307</b>
1	Introduzione alla modellistica . . . . .	
2	Equazioni del primo ordine . . . . .	
2.1	Equazioni lineari a coefficienti costanti . . . . .	
2.2	Equazioni autonome non lineari . . . . .	
2.3	Equazione logistica discreta . . . . .	
3	Esercizi . . . . .	
4	Equazioni lineari a coefficienti costanti del secondo ordine . . . . .	
4.1	I numeri di Fibonacci . . . . .	
4.2	Equazioni non omogenee . . . . .	
4.3	Stabilità . . . . .	
5	Esercizi . . . . .	