

1971

APOSTOL

1971
1971
1971
1971

CALCOLO

VOLUME SECONDO
GEOMETRIA



BORINGHIERI

Indice

Presentazione di Edoardo Vesentini, ix

Premessa, 3

- 1 I numeri reali come punti di una retta
- 2 Rappresentazione delle coppie di numeri reali come punti del piano
- 3 Coordinate polari
- 4 I numeri complessi
- 5 I numeri complessi come estensione del sistema dei numeri reali
- 6 L'unità immaginaria
- 7 Interpretazione geometrica. Il modulo e l'argomento
- Esercizi

1 Algebra vettoriale, 14

- 1.1 Introduzione storica
- 1.2 Spazio vettoriale delle n -uple di numeri reali
- 1.3 Interpretazione geometrica per $n \leq 3$
- 1.4 Esercizi
- 1.5 Prodotto scalare
- 1.6 Lunghezza o norma di un vettore
- 1.7 Ortogonalità di vettori
- 1.8 Esercizi
- 1.9 Proiezioni. Angolo fra vettori in uno spazio a n dimensioni
- 1.10 Versori degli assi coordinati
- 1.11 Esercizi
- 1.12 Lo spazio lineare generato da un insieme finito di vettori
- 1.13 Indipendenza lineare
- 1.14 Basi
- 1.15 Esercizi
- 1.16 Lo spazio vettoriale $P^n(\mathbb{C})$ di n -uple di numeri complessi
- 1.17 Esercizi

2 Applicazioni dell'algebra vettoriale alla geometria analitica, 47

- 2.1 Introduzione
- 2.2 Rette nell' n -spazio (spazio a n dimensioni)
- 2.3 Alcune semplici proprietà delle rette
- 2.4 Rette e funzioni a valori vettoriali
- 2.5 Esercizi
- 2.6 Piani nell' n -spazio euclideo
- 2.7 Piani e funzioni a valori vettoriali

- 2.8 Esercizi
- 2.9 Prodotto vettoriale
- 2.10 Il prodotto vettoriale espresso come determinante
- 2.11 Esercizi
- 2.12 Prodotto misto
- 2.13 Regola di Cramer per risolvere un sistema di tre equazioni lineari
- 2.14 Esercizi
- 2.15 Vettori normali ai piani
- 2.16 Equazioni lineari cartesiane per i piani
- 2.17 Esercizi
- 2.18 Le sezioni coniche
- 2.19 Eccentricità delle coniche
- 2.20 Equazioni polari delle coniche
- 2.21 Esercizi
- 2.22 Coniche simmetriche rispetto all'origine
- 2.23 Equazioni cartesiane delle coniche
- 2.24 Esercizi
- 2.25 Esercizi vari sulle sezioni coniche

3 Spazi lineari, 94

- 3.1 Introduzione
- 3.2 Definizione di spazio lineare
- 3.3 Esempi di spazi lineari
- 3.4 Conseguenze elementari degli assiomi
- 3.5 Esercizi
- 3.6 Sottospazi di uno spazio lineare
- 3.7 Insiemi dipendenti e indipendenti in uno spazio lineare
- 3.8 Basi e dimensioni
- 3.9 Componenti
- 3.10 Esercizi
- 3.11 Prodotti scalari, Spazi euclidei, Norme
- 3.12 Ortogonalità in uno spazio euclideo
- 3.13 Esercizi
- 3.14 Costruzione di insiemi ortogonali. Procedimento di Gram-Schmidt
- 3.15 Complementi ortogonali. Proiezioni
- 3.16 Approssimazione di un elemento di uno spazio euclideo con elementi di un sottospazio di dimensione finita
- 3.17 Esercizi

4 Trasformazioni lineari e matrici, 125

- 4.1 Trasformazioni lineari
- 4.2 Nucleo e codominio
- 4.3 Nullità e rango
- 4.4 Esercizi
- 4.5 Operazioni algebriche su trasformazioni lineari
- 4.6 Funzioni inverse
- 4.7 Trasformazioni lineari iniettive
- 4.8 Esercizi
- 4.9 Trasformazioni lineari con valori assegnati
- 4.10 Rappresentazione di trasformazioni lineari mediante matrici
- 4.11 Costruzione di una matrice rappresentativa in forma diagonale
- 4.12 Esercizi
- 4.13 Spazi lineari di matrici
- 4.14 Isomorfismo fra trasformazioni lineari e matrici
- 4.15 Prodotti di matrici
- 4.16 Esercizi
- 4.17 Sistemi di equazioni lineari
- 4.18 Tecniche di calcolo
- 4.19 Inverse di matrici quadrate
- 4.20 Esercizi
- 4.21 Esercizi vari sulle matrici

5 Determinanti, 168

- 5.1 Introduzione
- 5.2 Motivazione della scelta degli assiomi per la funzione determinante
- 5.3 Assiomi per una funzione determinante
- 5.4 Calcolo di determinanti
- 5.5 Teorema di unicità
- 5.6 Esercizi
- 5.7 La formula del prodotto per i determinanti
- 5.8 Il determinante della matrice inversa di una matrice non singolare
- 5.9 Determinanti e indipendenza di vettori
- 5.10 Determinante di una matrice diagonale a blocchi
- 5.11 Esercizi
- 5.12 Formule per lo sviluppo dei determinanti. Minori e cofattori
- 5.13 Esistenza della funzione determinante
- 5.14 Determinante di una trasposta
- 5.15 La matrice cofattore
- 5.16 Regola di Cramer
- 5.17 Esercizi

6 Autovalori e autovettori 194

- 6.1 Trasformazioni lineari rappresentate da matrici diagonali
- 6.2 Autovettori e autovalori di una trasformazione lineare
- 6.3 Indipendenza lineare di autovettori che corrispondono ad autovalori distinti
- 6.4 Esercizi
- 6.5 Caso di dimensione finita. Polinomio caratteristico
- 6.6 Calcolo di autovalori e autovettori nel caso di dimensione finita
- 6.7 Traccia di una matrice
- 6.8 Esercizi
- 6.9 Matrici che rappresentano una stessa trasformazione lineare. Matrici simili
- 6.10 Esercizi

7 Autovalori di operatori che agiscono in spazi euclidei, 214

- 7.1 Autovalori e prodotti scalari
- 7.2 Trasformazioni hermitiane e anti-hermitiane
- 7.3 Autovalori e autovettori di operatori hermitiani e anti-hermitiani
- 7.4 Ortogonalità di autovettori corrispondenti ad autovalori distinti
- 7.5 Esercizi
- 7.6 Esistenza di un insieme ortonormale di autovettori per operatori hermitiani e anti-hermitiani che agiscono su spazi di dimensione finita
- 7.7 Matrici associate a operatori hermitiani o anti-hermitiani
- 7.8 Matrici hermitiane e anti-hermitiane. L'aggiunta di una matrice
- 7.9 Diagonalizzazione di matrici hermitiane o anti-hermitiane
- 7.10 Matrici unitarie. Matrici ortogonali
- 7.11 Esercizi
- 7.12 Forme quadratiche
- 7.13 Riduzione di una forma quadratica reale alla forma diagonale
- 7.14 Applicazioni della geometria analitica
- 7.15 Esercizi
- *7.16 Autovalori di una trasformazione simmetrica ottenuti come valori della sua forma quadratica
- *7.17 Proprietà estremali di autovettori di una trasformazione simmetrica
- 7.18 Il caso di dimensione finita
- 7.19 Trasformazioni unitarie
- 7.20 Esercizi

Soluzione degli esercizi, 247

Indice analitico, 269