

SILVANA ABEASIS

ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA

ZANICHELLI

INDICE

Prefazione	XIII
Alfabeto greco	XVII
Simboli logici ed insiemistici	XVII

Capitolo 1 SISTEMI LINEARI QUADRATI

1. Alcuni cenni sui campi numerici	1
2. Esempi di risoluzione di sistemi lineari di n equazioni in n incognite	5
2.E Esercizi	12
3. Il metodo di eliminazione di Gauss per sistemi lineari quadrati con matrice non singolare	12
3.E Esercizi	20
4. Spazi vettoriali numerici sui reali	22
4.E Esercizi	26
5. Altri esempi di spazi vettoriali sui reali	27
5.E Esercizi	31
6. Prodotto fra matrici e sue proprietà	32
6.E Esercizi	39
7. Prodotti particolari fra matrici	41
8. Forma matriciale dell'eliminazione di Gauss. La fattorizzazione $PA = LDU$ per matrici A non singolari	44
8.E Esercizi	48
9. Un algoritmo per il calcolo della matrice inversa di una matrice non singolare	48
9.E Esercizi	50
10*. Matrici a blocchi e loro prodotti	51
11. Esercizi di ricapitolazione	53

Capitolo 2 SISTEMI LINEARI

1. Risoluzione dei sistemi a scala	56
1.E Esercizi	60
2. Sistemi lineari di m equazioni in n incognite: il metodo di eliminazione di Gauss	61
2.E Esercizi	68
3. Basi per i sottospazi di $\mathbb{R}^n$	69
3.E Esercizi	75

4.	Trasformazione lineare associata ad una matrice	76
4.E	Esercizi	83
5.	Sottospazi e sottovarietà affini	83
5.E	Esercizi	88
6.	Intersezione e somma di sottospazi: la formula di Grassmann. Sottospazi complementari e somme dirette	89
6.E	Esercizi	94
7.	Prodotto fra matrici e composizione delle corrispondenti trasformazioni lineari	95
7.E	Esercizi	95
8.	Trasformazioni lineari iniettive, suriettive e biiettive	96
8.E	Esercizi	98
9.	Esercizi di ricapitolazione	98

Capitolo 3 DETERMINANTI

1.	Definizione assiomatica di determinante	101
1.E	Esercizi	105
2.	Esistenza della funzione determinante: varie regole di calcolo	106
2.E	Esercizi	115
3.	Ulteriori proprietà del determinante	116
3.E	Esercizi	117
4.	Applicazioni: calcolo della matrice inversa, teorema di Cramer	117
4.E	Esercizi	120
5.	Cenni storici sullo sviluppo dell'algebra lineare	121
6.	Esercizi di ricapitolazione	123

Capitolo 4 GEOMETRIA AFFINE

1.	Riferimenti cartesiani sulla retta, nel piano e nello spazio . .	124
2.	Lo spazio affine A^3 e lo spazio dei vettori geometrici V_O . .	128
3.	Equazioni cartesiane di rette e piani nello spazio affine ordinario	131
3.E	Esercizi	135
4.	Equazioni parametriche di rette e piani nello spazio affine ordinario. Passaggio ad equazioni cartesiane e viceversa . . .	136
4.E	Esercizi	139
5.	Parametri direttori di una retta e parametri di giacitura di un piano. Condizioni di parallelismo	140
5.E	Esercizi	142
6.	La geometria analitica del piano affine	143
6.E	Esercizi	146
7.	Forme particolari delle equazioni di rette e piani nello spazio.	

	Risoluzione geometrica di alcuni problemi	147
8.	Gradi di libertà e condizioni lineari	154
8.E	Esercizi	156
9.	Esercizi di ricapitolazione	157

Capitolo 5 SPAZI VETTORIALI

1.	Spazi vettoriali numerici complessi	160
1.E	Esercizi	162
2.	I polinomi in una variabile ed a coefficienti reali come esempio di spazio vettoriale su $\mathbb{R}$	164
3.	Spazi vettoriali su un campo K : il caso di dimensione finita	165
3.E	Esercizi	167
4.	Cambiamenti di base per uno spazio vettoriale di dimensione finita	168
4.E	Esercizi	171
5.	Trasformazioni lineari e matrici ad esse associate. Endomorfismi ed automorfismi di uno spazio vettoriale. Coniugazione fra matrici	172
5.E	Esercizi	179
6*	Duale e quozienti di uno spazio vettoriale	180
7.	Esercizi di ricapitolazione	184

Capitolo 6 SPAZI VETTORIALI METRICI

1.	Prodotto scalare nello spazio V_O dei vettori geometrici	186
2.	Prodotto scalare canonico in $\mathbb{R}^n$	189
3.	Matrici ortogonali e cambiamenti di base ortonormali	194
3.E	Esercizi	195
4.	Proiezioni ortogonali su sottospazi di $\mathbb{R}^n$	196
4.E	Esercizi	202
5.	Il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt	202
5.E	Esercizi	206
6.	Sottospazi ortogonali e complementi ortogonali	207
6.E	Esercizi	209
7.	Il prodotto hermitiano canonico. Matrici unitarie e cambiamenti di base ortonormali	210
7.E	Esercizi	213
8*	Struttura metrica di uno spazio vettoriale	214
9.	Esercizi di ricapitolazione	216

Capitolo 7 GEOMETRIA EUCLIDEA

1.	Misure di distanze e misure angolari. Condizioni di ortogonalità	219
1.E	Esercizi	226
2.	Rappresentazione analitica di alcune curve piane definite facendo uso di distanze	228
2.E	Esercizi	232
3.	Rappresentazione analitica di alcune curve e superfici dello spazio ordinario definite facendo uso di distanze (o angoli)	233
3.E	Esercizi	241

Capitolo 8 AFFINITÀ E ISOMETRIE

1.	Campi di vettori	243
2.	Cambiamenti di coordinate cartesiane affini nello spazio e nel piano	245
2.E	Esercizi	249
3.	Cambiamenti di coordinate cartesiane ortogonali monometriche nello spazio e nel piano	249
3.E	Esercizi	252
4.	Affinità e movimenti rigidi nel piano e nello spazio	253
4.E	Esercizi	255
5.	Prodotto vettoriale in V_0	255
6.	Esercizi di ricapitolazione	258

Capitolo 9 DIAGONALIZZAZIONE DELLE MATRICI

1.	Autovalori ed autovettori di un endomorfismo	260
1.E	Esercizi	264
2.	Determinazione analitica degli autovalori ed autovettori	264
2.E	Esercizi	267
3.	Problemi algebrici relativi alla ricerca degli autovalori	268
3.E	Esercizi	270
4.	Caso dell'esistenza di una base di autovettori	270
4.E	Esercizi	273
5*.	Risoluzione di alcuni sistemi differenziali lineari del primo ordine a coefficienti costanti	273
6.	Ancora sugli invarianti per coniugazione	276
6.E	Esercizi	277
7.	Diagonalizzazione simultanea di due matrici	277
7.E	Esercizi	278
8.	Esercizi di ricapitolazione	279

Capitolo 10 MATRICI HERMITIANE ED UNITARIE

1.	Forma triangolare di una matrice	282
1.E	Esercizi	284
2.	Matrici hermitiane: prime proprietà	284
3.	Teorema di diagonalizzazione e teorema spettrale per le matrici hermitiane	286
3.E	Esercizi	288
4.	Matrici unitarie	288
4.E	Esercizi	290
5 ⁴ .	Operatori hermitiani ed operatori unitari	290
5.E*	Esercizi	292
6.	Esercizi di ricapitolazione	292

Capitolo 11 FORMA CANONICA DI JORDAN

1.	Il teorema fondamentale e la strategia della dimostrazione	294
2.	Il procedimento di separazione degli autovalori e la riduzione all'autovalore nullo	298
2.E	Esercizi	302
3.	La dimostrazione del teorema nel caso delle matrici nilpotenti	302
3.E	Esercizi	309

Capitolo 12 FORME QUADRATICHE REALI

1.	Forme quadratiche in una e due variabili	310
1.E	Esercizi	314
2 [*] .	Applicazione allo studio locale di punti di una superficie	314
2.E*	Esercizi	316
3.	Problemi generali sulle forme quadratiche	316
3.E	Esercizi	320
4.	Ancora sull'eliminazione di Gauss per matrici quadrate non sin- golari: un criterio perché avvenga senza scambi di righe	321
5.	Criteri perché una matrice simmetrica reale sia definita posi- tiva. Applicazione al prodotto scalare	323
5.E	Esercizi	326
6.	Criteri perché una matrice simmetrica reale sia semidefinita positiva	327
6.E	Esercizi	331
7.	Segnatura di una forma quadratica. Invarianti per congruenza	332
7.E	Esercizi	336
8.	Forma canonica affine e metrica di una forma quadratica	336

8.E	Esercizi	338
9.	La riduzione delle coniche a forma canonica	338
9.E	Esercizi	346
10.	Invarianti affini e metrici delle coniche	346
10.E	Esercizi	349
11.	Cenni sulla classificazione delle quadriche	350
12.	Esercizi di ricapitolazione	352

Capitolo 13 GRUPPI, AZIONI E ORBITE

1.	Gruppi astratti. Gruppi classici di matrici	354
1.E	Esercizi	357
2.	Esempi di gruppi che nascono dalla geometria affine e metrica del piano e dello spazio	357
2.E	Esercizi	360
3.	Parametrizzazione di alcuni gruppi classici	360
3.E	Esercizi	362
4.	Azione di un gruppo su un insieme o su uno spazio vettoriale e corrispondenti orbite. Esempi	363
5.	Orbite delle coniche rispetto ai gruppi $A_2(\mathbb{R})$ ed $R_2(\mathbb{R})$	366
5.E	Esercizi	371
6.	Cenni storici sullo sviluppo della geometria	371
7.	Esercizi di ricapitolazione	372

Capitolo 14 GEOMETRIA PROIETTIVA

1.	Coordinate omogenee associate ad un riferimento cartesiano	374
1.E	Esercizi	377
2.	Ampliamento analitico del piano con i punti all'infinito	378
2.E	Esercizi	382
3.	Ampliamento analitico della retta e dello spazio con i punti all'infinito	382
3.E	Esercizi	384
4.	Introduzione analitica degli spazi proiettivi	385
4.E	Esercizi	392
5.	Geometria proiettiva, affine e metrica sulla retta reale: invarianti e teoremi fondamentali	393
5.E	Esercizi	398
6*	Introduzione astratta agli spazi proiettivi	398
6.E*	Esercizi	401
7.	Curve algebriche piane	401
7.E	Esercizi	407

8.	Esercizi di ricapitolazione	408
----	---------------------------------------	-----

Capitolo 15 GEOMETRIA DIFFERENZIALE

1.	Rappresentazioni parametriche per le curve	411
1.E	Esercizi	417
2.	Proprietà differenziali metriche delle curve	417
2.E	Esercizi	424
3.	Definizioni e proprietà elementari per le funzioni di più variabili reali	424
4.	Rappresentazioni parametriche per le superfici	428
4.E	Esercizi	433
5.	L'operatore di forma in un punto di una superficie	434
5.E	Esercizi	439
6.	Curvature normali, curvatura Gaussiana e curvatura media in un punto di una superficie	439
6.E	Esercizi	444
7.	Cenni sulle curve geodetiche di una superficie	444
8*.	Prima e seconda forma quadratica fondamentale	446
9.	Esercizi di ricapitolazione	449
	Tesine di ricapitolazione	451
	Principali simboli usati nel testo	454
	Indice analitico	455
	Testi consigliati	460